

家計にフィナンシャルアクセラレーターを導入したモデルによるバブルの分析

齋藤翔馬^{*} 清水祐弥[†] 村島健太[‡]

2016 年 11 月 13 日

^{*} 慶應義塾大学 3 年 小林慶一郎研究会

[†] 同上

[‡] 同上

要約

住宅バブル崩壊による米国金融危機は世界経済に大きなダメージを与えた。被害が甚大な金融危機に対して最適な金融政策は何かを分析することが本論文の目的である。TVP-VAR モデルを用いた時系列分析によって、リーマンショック前後で構造パラメータの変化が起こったことが明らかになった。構造パラメータの変化が起こった原因は、純資産の減少によりフィナンシャルアクセラレーターの効果が増大したためであると考えられる。そこで家計にフィナンシャルアクセラレーターを導入したモデルに負の純資産ショックを与えてシミュレーション分析を行うことで、バブル崩壊後の最適な金融政策は何かを探った。その結果、通常のインフレ率のみを考慮した金融政策ルールに、家計の純資産比率を追加した場合が最もショックの影響を緩和できることが分かった。以上のシミュレーション結果を実際の金融政策運営で実践する方法としては、信用力は借入者の純資産比率の大小を反映すると考えられるので、借入者の信用力を表す信用スプレッドを、金融政策を決定する場合には考慮すべきであると提言する。ただし、非金融要因のショックによる信用スプレッドの拡大の場合には、金融政策ルールで信用スプレッドを考慮するとかえって経済が不安定になるので、信用スプレッドを考慮した金融政策ルールは平常時の経済では使用せず、金融危機時のみ用いる時限の政策ルールとすべきである。

キーワード

フィナンシャルアクセラレーター、金融政策、純資産ショック、TVP-VAR、サブプライム危機

目次

1	先行研究	7
1.1	バブルとは何か	7
1.2	テイラールール of 拡張に関する研究	7
1.3	家計のフィナンシャルアクセラレーター	8
1.4	サブプライム問題の概要	12
2	統計分析	14
2.1	GDP の寄与度分析	14
2.2	住宅価格と GDP の諸項目の関係	15
2.3	TVP-VAR による構造パラメータ変化の分析	18
3	家計にフィナンシャルアクセラレーターを導入したモデル	27
3.1	モデルの概要	27
3.2	モデル式	30
4	シミュレーション	37
4.1	モデルの解の導出方法	37
4.2	ディープ・パラメータの設定	38
4.3	純資産ショックによるフィナンシャルアクセラレーター効果の分析	38
4.4	金融政策ルール	39
5	政策提言	44
5.1	純資産の指標	44
5.2	信用スプレッドを追加するときの注意点	45
5.3	政策提言のまとめ	46
6	Appendix	47
6.1	TVP-VAR モデル	47
6.2	対数線形近似の結果	57
6.3	負の純資産ショックの効果	58

はじめに

米国の住宅価格は 2000 年前までは比較的安定した動きをしていた。しかし 2000 年より米国の住宅価格は急激に上昇し、2007 年にピークをつけ、およそ 2.5 倍になった。その後 2012 年までに約 30 % 下落した。(図 1 参考)。2008 年前後の米国金融危機が住宅バブル崩壊にあったことを示している。このバブル崩壊の影響は米国だけでなく、世界的な金融危機を発生させ、世界経済は甚大なダメージを被ることになった。

しかし、バブル崩壊以前の米国経済は歴史上稀にみる経済の安定を達成していた(少なくともそのように経済学者の間では考えられていた)。それを象徴する言葉が“グレートモデレーション”である。“グレートモデレーション”とは、1980 年代半ばから 2007 年の金融危機発生にいたるまで、欧米の主要国経済は実質経済成長率、インフレ率いずれでも安定性が各段に向上したことである(翁(2011))。桜ほか(2005)は 1997 年から 2004 年までのデータを用いた分析で、米国では実質成長率、インフレ率ともに安定化がみられることを示している。前 FRB(米国連邦準備制度理事会)議長であるバーナンキはこのような“グレートモデレーション”をもたらした要因として金融政策技術の向上を指摘している(Bernanke(2004))。具体的には、金融政策がテイラールールに基づいて行われていた意義は大きいとする。テイラールールとは、政策金利を考える際にインフレ率の目標からの乖離と需給ギャップのみを考慮するものである。言い換えると、金融政策を考える際に住宅価格の上昇などの資産価格の上昇は考慮すべきではないと考える。このような金融政策についての考えは Fed view と呼ばれ、08 年米国金融危機の前に FRB の金融政策運営で基本をなしていた考えである。Fed view の資産価格の上昇に対する金融政策の対応の考え方は、「金融政策は資産価格には割り当てられるべきではなく、バブルが崩壊した後に積極的な金融緩和を行うことによって対応すべき」というものである(白川(2008))。

そのような Fed view に反論する考え方として、国際決済銀行(BIS)の考え方である BIS view がある。BIS view は、重要な資産価格にバブルの兆候が見られる時は、その後の物価・金融システムの安定、そして双方に対するリスクに配慮して、金融政策でも対応すべきだという(植田ほか(2010))。しかし、米国金融危機以前に主流だった金融政策の考え方は Fed view の方だった。その理由としては以下の二つがある。

まず一つ目の理由は、中央銀行は資産価格上昇がバブルか否かを早期に識別するのが困難だという理由である。後章で詳しく説明するが、資産価格の上昇要因は、ファンダメンタルズ自体の上昇による部分と、バブルによる部分とに分けることができる。しかし、両者の区別は以下の理由から困難である。

まず、ファンダメンタルズは将来に生み出される価値に依存している。つまり投資家の予想に依存して決定する。そのため、その時々で得られる情報の変化によって、資産価格が大きく上昇したり下落する可能性がある。その場合に資産価格の変化は、新たな情報を得た後では、その情報が得られる前の資産価格の動きはファンダメンタルズとは乖離していると事後的に判断できたとしても、情報を得られる事前ではファンダメンタルズから乖離していると判断することは難しい。加え

て、多くのバブルは物価上昇率が低下傾向の中で生じている (白川 (2008))。物価安定の下での高成長は、生産性の上昇、「ニューエコノミーの到来」といった強気の期待が生まれやすくなる。その時に、当該資産価格の上昇をバブルであると判断することは困難である。

次に Fed view が優位だった理由の二つ目は、バブル崩壊し経済がデフレリスクに直面した時点で、思い切って金融緩和をすれば経済はソフトランディング可能であるという理由である。このような考えに基づく金融政策戦略は「後始末戦略」と呼ばれ、リーマンショック前後の FOMC メンバーによってしばしば主張されてきた命題である (翁 (2011))。

以上のように、米国金融危機以前では実質成長率、インフレ率も安定していたので、Fed view に基づく金融政策は世界の中央銀行の理想像としてマクロ経済学者の間では認識が共有されていた。

しかし、“グレートモデレーション”の裏では金融不均衡的な状況 (資産価格の上昇、負債の増加) が生成していた。実質成長率、インフレ率の安定は、Fed view に基づく金融政策ルールでは金融緩和的な政策を行うことになる。図 2 は、米国のインフレ率と FF レートを示しているが、1985 年以降インフレ率が落ち着くなかで、政策金利も低下し、1990 年以降は 6 % 台の金利はほとんど観察されていないことが分かる (植田 (2010))。金融緩和的な環境のもとでは様々な経済主体が負債を過度に拡大させレバレッジを高めた投資を行うようになる。その結果、資産価格の上昇というバブルが発生する。米国では住宅バブルは崩壊し、大きな被害が発生した Fed view が主流だった金融政策考え方は検討のし直しが必要になってきている。

そこで本論文では、今回の米国金融危機について家計にフィナンシャルアクセラレーターを導入したモデルを用いて分析を行うことで、バブル崩壊後の最適な金融政策は何かを考えていきたいと思う。具体的な構成は以下のとおりである。第 1 章は先行研究を紹介する。第 2 章では実証研究を行う。第 3 章では分析で使用する家計にフィナンシャルアクセラレーターを導入したモデルを紹介する。第 4 章では、モデルに純資産ショックを与えてシミュレーションを行った結果を考察している。第 5 章では、以上の分析を踏まえて最適な金融政策ルールについて政策提言を行う。

米国の住宅価格の推移

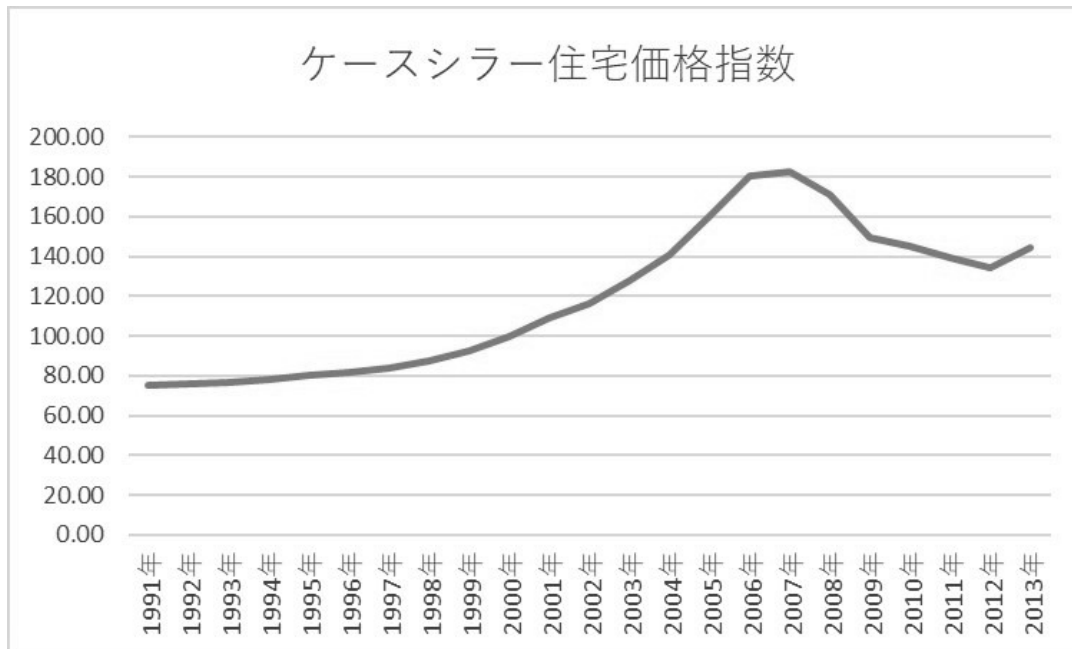


図 1: S & P より作成

米国の政策金利と消費者物価上昇率

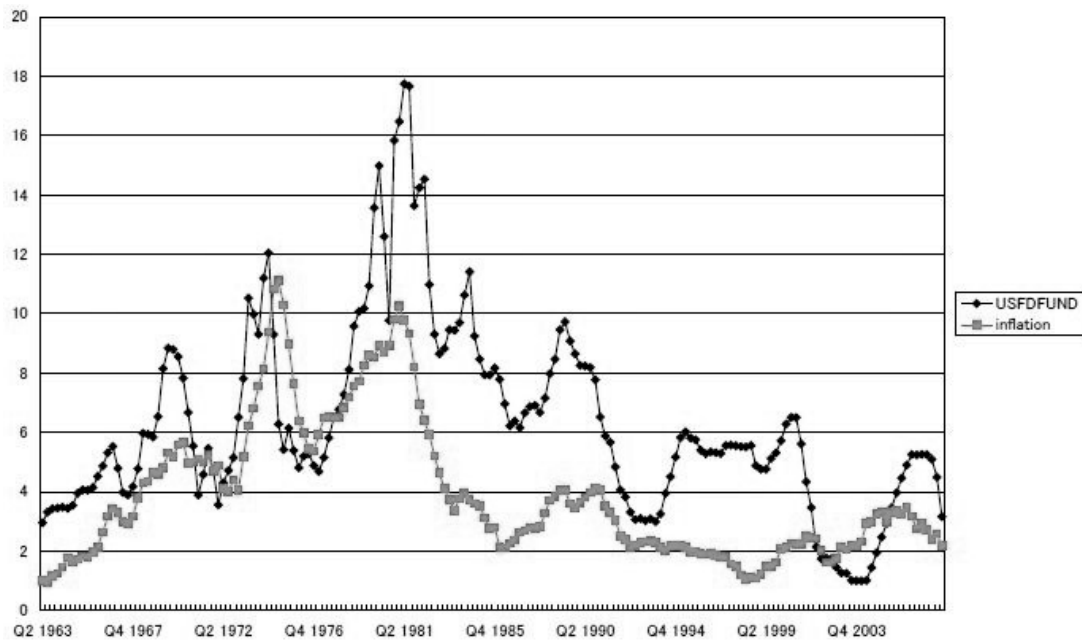


図 2: 植田 (2010) より

1 先行研究

1.1 バブルとは何か

1.1.1 バブルとは何か

まず始めにバブルについて説明する。バブルと言われると「株式や土地などの資産価格が異常に上昇すること」だと思われることが多い。しかし、この定義は経済学におけるバブルの定義とは異なる。経済学ではバブルを「ファンダメンタルズから乖離して資産価格が上昇または下落していくこと」と定義する。

では、ファンダメンタルズとは何であろうか。資産価格決定の方法として、その資産が将来どの程度の価値を生み出すかに基づいて決定する方法がある。例えば、株式であれば配当、土地であれば地代や賃貸料などがその資産が将来生み出す価値である。その将来生み出す価値の合計を現在の価値に換算するために利率などで割り引いたものが、その資産の現在価値である。つまり、ファンダメンタルズとは資産の将来もたらす収益の割引現在価値の合計である。

そして、このファンダメンタルズと実際の市場価格との乖離分が経済学で定義されるバブルである。

1.2 テイラールールの拡張に関する研究

はじめにで説明したように、米国金融危機以前に主流だった金融政策ルールはテイラールールだった。テイラールールとは 1992 年にテイラーによって提唱された考えで、Taylor(1993) によれば 1987 年から 92 年における米国の政策金利は以下の式で近似できるとされた。

$$\text{政策金利} = \text{均衡実質金利} + 1.5 \times (\text{インフレ率} - \text{目標インフレ率}) + 0.5 \times \text{需給ギャップ}$$

上式の右辺を見ればわかるように、政策金利を決定する変数としてインフレ率と GDP を考慮している。つまり、インフレ率が目標インフレ率を上回れば金利を上げる。また「需給ギャップ = 実質 GDP - 潜在 GDP」なので、実質 GDP が潜在 GDP を上回っている場合には同じく金利を引き上げる。そのように金融政策運営を行うのがテイラールールである。

しかし米国金融危機後、金融政策を従来のテイラールールに基づくものから拡張して運営すべきであるという研究が登場してきている。例えば、テイラールールの提唱者であるテイラーは、米国金融危機後のように異常な信用リスクが存在する場合には、テイラールールに金融市場における信用リスクを反映した 3 か月物 LIBOR-OIS スプレッドを加えるべきであると主張している (Taylor(2008))。

また Crudia and Woodford (2009) でも、テイラールールに金融市場の状態を表している信用スプレッドを追加した場合の方が社会厚生が高まる可能性があることを主張している。本論文では、ニューケイジアンモデルに金融仲介部門を導入したモデルを用いた分析で、金融市場に不完全性が

あることによる政策金利と貸出金利の差をテイラールールに追加した金融政策を分析している。その結果、金融政策ルールを表す式の係数を適切に調整する限りにおいては、政策金利と貸出金利の差を追加すると社会厚生は高まる。しかしながら、すべてのショックに対してただ一つの最適な金融政策があるわけではない。信用スプレッドを拡大させるショックの性質によって最適な金融政策は異なる。具体的には、スプレッドの拡大に対する望ましい金利引き下げの度合いはショックの性質によって異なる。そのためショックの性質を見極める必要があり、中央銀行は様々な種類の信用スプレッドを見ることが必要になってくる。

1.3 家計のフィナンシャルアクセラレーター

1.3.1 家計に過剰住宅債務を伴う場合のバブル崩壊の影響

ミアン・サフィ (2015) は、08 年の米国金融危機の背景・原因は、家計債務の急激な上昇と住宅資産の暴落によって家計のバランスシートを破壊し、それが総需要の減少、雇用の減少を招いたことによると主張した。

Mian and Sufi (2011) は、07 年以前に家計債務が急激に増加したと主張している (図 3)。特に 2002 年以降に急激に家計債務が上昇している。これは、同時期に企業の債務の上昇が緩やかだったことを考慮すると、特徴的なことである。それでは家計債務のうちどの種類の債務が増加していたのか、またどの所得層の家計の債務が増加していたのだろうか。

Korinek and simsek(2015) も同様に 08 年以前に家計債務が増加していることを示しているが、その家計債務の内訳としては特に住宅債務 (Mortgage) が急激に増加した (図 4)。

また Milan and Safi(2009) は、地域別の貸出データを分析した結果、主に低所得層 (サブプライム層) の居住する区域における貸出が、2001 年から 2005 までの住宅ローンの貸し出しブームの最中に飛躍的に上昇したことを示している。

以上より、08 年金融危機前に、低所得層の家計の住宅債務が急激に増加していた。このような状況下でバブルが崩壊して住宅価格が下落したらどうなるだろうか。

純資産が少なく、かつ債務割合が大きいサブプライム層は住宅価格の下落したとき、高いレバレッジ乗数より純資産の下落の割合が大きい。実際、住宅資産からの限界消費性向 (資産価格の変化に反応する消費の変化) を調べると、債務の比率が高い層ほど限界消費性向が高い (図 5)。つまり、住宅価格の下落それ自体だけでなく、債務割合の高さが家計の消費の減少に影響を与えている。

1.3.2 フィナンシャルアクセラレーター

ここまでで説明してきたようなバブルの崩壊(資産価格の下落)によって経済主体の財務状況が悪化することで需要が低下する現象を理論的に分析する方法はないのだろうか。その方法として、ここではフィナンシャルアクセラレーターという考えを導入したいと思う。

フィナンシャルアクセラレーターという概念を初めて導入したのは Bernanke, Gertler and Gilchrist(1996) である。信用市場の外生的変化によってショックが実体経済に与える影響を増幅することである。具体的には、資本市場の不完全性のもとで、資産価格の変動を通じて外部資金調達プレミアムが内生的に変動し、様々なショックの影響が増幅されるメカニズムである(斎藤・福永(2008))。資本市場に不完全性があると、資金調達コストにはプレミアムが追加される。プレミアムは借入を行う投資家の信用度によって変化し、信用度は自己資本率が高いと増加する。このような設定の下で、何らかのショックによって資産価格が下落すると、自己資本比率が減少しプレミアムも増加する。これは投資家にとって外部資金調達コストの増加を意味するので、投資は減少する。投資の減少はさらなる資産価格の減少もたらし、それは投資家の自己資本比率の減少をもたらす。以上のような循環的なメカニズムによって、経済に与えられたショックによる影響は増幅される。フィナンシャルアクセラレーターを導入したモデルで代表的なものとして、Bernanke, Gertler and Gilchrist(1999)。そこでは、フィナンシャルアクセラレーターのモデルに様々な設定を導入してシミュレーションを行っている。その結果、すべての場合でフィナンシャルアクセラレーターを導入した場合は導入しない場合に比べてショックの影響が大きいことが示され、フィナンシャルアクセラレーター効果が経済変動に与える影響は大きいことが主張されている。

ここまできると、バブル崩壊前に家計、特にサブプライム層の住宅債務が急激に増加していた。住宅バブル崩壊によって住宅価格が下落すると、住宅下落による限界消費性向が高いサブプライム層の家計は消費などの総需要が大幅に低下した。これが今回のバブル崩壊によって経済が大きな影響を受けた原因と考えられる。これは、バブル崩壊後の深刻な景気後退の原因として主張されることが多い「銀行融資説」とは異なる。銀行融資説とは、問題の根本は極度に弱体化した金融セクターにあり、彼らが融資の流れを止めてしまったことにあるというものである。そのため、金融危機への対策としては銀行を守ることになる。

しかし、金融危機による景気後退の原因がサブプライム層の家計が消費を大幅に減少させたことにあるならば、その対策方法も異なってくる。そこで、4章では家計にフィナンシャルアクセラレーターを入れたモデルにバブルを発生させてシミュレーションを行う。

米国の家計と企業債務の推移

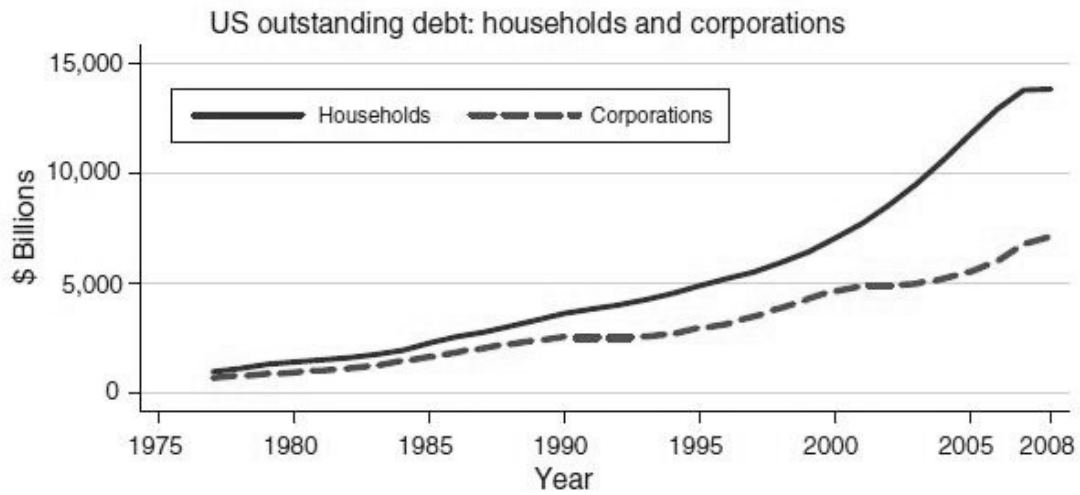


図 3: Mian and Sufi(2011) より

家計債務の内訳

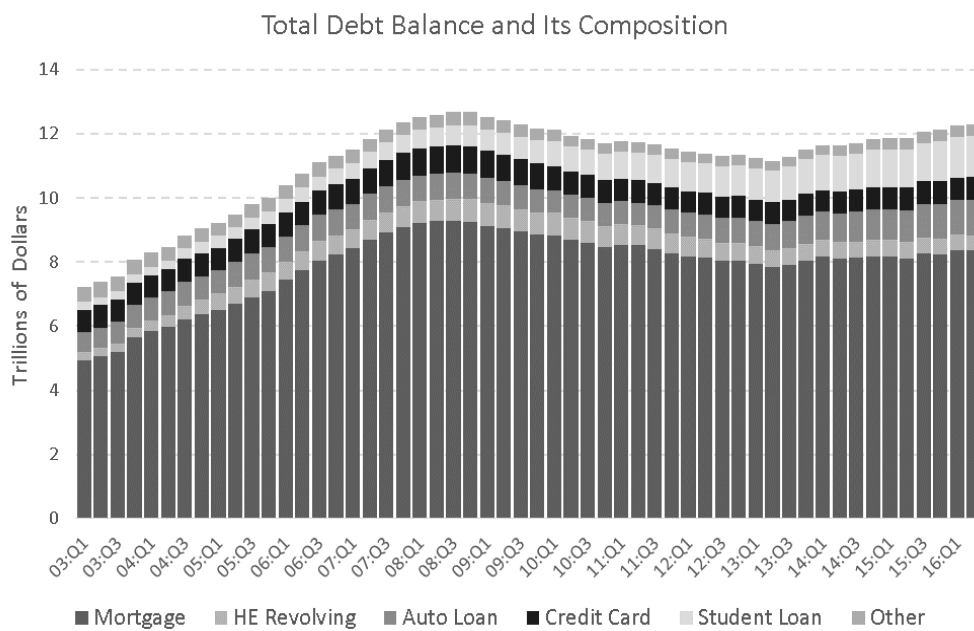


図 4: Quarterly Report on Household Debt and Credit, Federal Reserve Bank of New York. より

債務比率別の限界消費性向

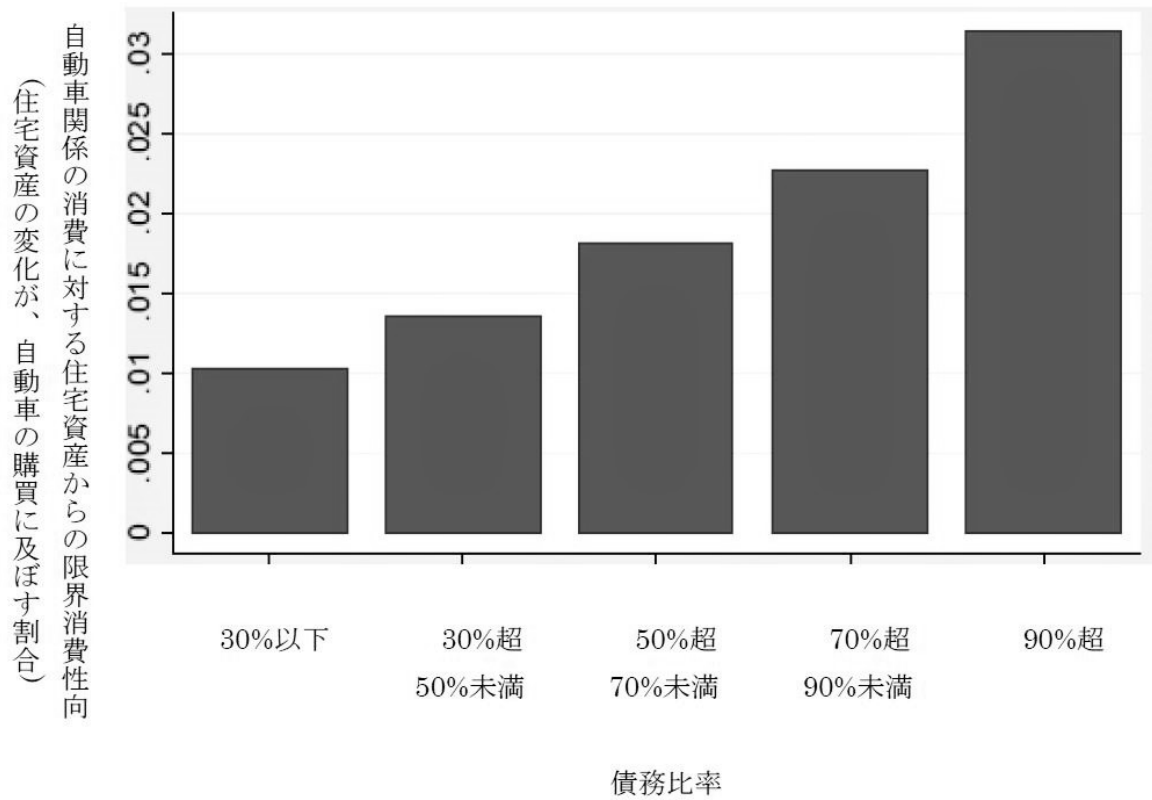


図 5: Mian, Rao, Sufi(2013) より

1.4 サブプライム問題の概要

表 1: サブプライム問題関連年表 小林・大類 (2008) より引用

2007 年	年初来	住宅価格下落、サブプライムの延滞増加傾向顕著化
	7 月 10 日	S&P とムーディーズ、サブプライム関連商品の格付け見直しを発表
	8 月 9 日	仏 BNP パリバ銀行が傘下のファンドの解約請求を凍結
	9 月中旬	英ノーザンロックで預金取り付け騒ぎ
	10 月～	欧金融機関の赤字拡大
2008 年	年初来	モノライン問題が発覚
	2 月 13 日	1600 億ドルの緊急経済対策法成立
	3 月 14 日	ベア・スターンズの資金繰り悪化、FRB による救済措置
	7 月 11 日	米中堅銀行インデマックスが破綻
	7 月 13 日	財務長官等が住宅公社ファニーメイ、フレディマックへの支援策を発表
	9 月 7 日	米財務省等がファニーメイ、フレディマックを国有化
	9 月 15 日	リーマンブラザーズ、連邦破産法の適用申請
	9 月 16 日	米保険最大手 AIG が FRB から最大 850 億ドルの緊急融資
	9 月 22 日	ゴールドマン・サックス、モルガン・スタンレーが銀行持株会社に移行
	9 月 25 日	米 S&L 最大手ワシントン・ミューチュアル破綻、JP モルガン・チェースが事業買収
	9 月 29 日	緊急経済安定化法が否決、NY ダウが史上最大の暴落
	10 月 3 日	緊急経済安定化法が再審議で可決、公的資金での不良債権買取
	10 月 8 日	英政府、大手銀行に最大 500 億ポンドの公的資金注入
	10 月 8 日	FRB、ECBC 等の 10 カ国の中央銀行が協調利下げ
	10 月 10 日	G 7 で公的資本注入を含む行動計画が採択

表 1 はサブプライム問題に関連する事柄をまとめた年表である。以下では、サブプライム問題から世界的な金融危機が起こるまでの概略を述べる。サブプライム問題が起こる前段階として、2000 年代初頭の IT バブル崩壊に対する FRB の金融緩和と世界的な過剰流動性によって、価格が高騰し始めていたアメリカの住宅市場に世界中のマネーが集中しやすい状況になっていた。新規顧客の開拓を模索していた住宅金融代理店は、信用力の低い顧客層向けの住宅ローン（サブプライムローン）契約を積極的に成立させるようになった。背景には住宅価格が上昇し続けると考えた金融機関による貸し出し基準の緩和がある。融資手数料を得るためには契約の成立が不可欠であるため、代理店は次第に顧客のローンの返済能力の有無を十分に考慮せず、多少無理をしてでも住宅ローンを借りさせようとするようになる。すなわち、サブプライムローン問題は代理店のモラルハザードが引き起こした利益相反問題であると言える。こうしたローンのリスクを分散させるため、金融機関

は複数のローンをまとめて証券化した商品を販売し、世界中の投資家が高い利回りを求めてこの証券を買った。

サブプライムローン利用者は信用力が低いため、通常の利用者よりも借り入れの金利が高くなる。しかし、2004 年ころは市場金利が低く、一般的に二年固定金利の形態をとるサブプライムローンは、契約から 2 年間は一定の低金利で借りることができた。2 年間正常に返済すれば信用履歴が更新され、信用力が高まるため、2 年後にはサブプライムローン利用者が通常の利用者と同じ金利のローン（プライムローン）に乗り換えられる可能性が高い。住宅価格は 2006 年まで上昇傾向にあったが、モーゲージ金利引き上げによって需要が減ったために、翌年初頭に下落傾向に転じる。このことは金融機関の融資条件の引き締めを引き起した。融資条件引き締めはサブプライムローン利用者のプライムローン乗り換えを難しくした。さらに、市場金利の引き上げ時期と重なったために、契約から 2 年間の経過し変動金利に移行したサブプライムローン利用者は、高金利に直面した。高金利は返済額を増加させ、2007 年にはサブプライムの延滞増加傾向が顕著になった。サブプライムローンの返済が滞ったことは、ローンを証券化した商品の価格を急落させ、欧米の金融機関は大規模な損失を被った。ローンは証券化されて世界中の投資家にリスク転嫁が行われていたため、どの金融機関がどの程度損失を生み出すかが分からないという情報の非対称性は、金融機関同士の相互不信をもたらし、アドバースセクションが起こったと考えられる。金融機関同士の間に不信感が募り、金融市場の流動性が低下した。それに加えて、金融機関の自己資本毀損やモノライン問題（金融商品保証を専業とする保険会社の財務悪化）等の問題が新たに生じる中で、2008 年 3 月に米大手証券会社のベア・スターンズが実質的に破綻した。FRB が救済措置をとって、証券会社に融資をし、システミックリスクが収束したとの見方が広まったために市場は一時的に安定した。

しかし、サブプライムローン証券の不安は証券化商品全般の信頼を損ね、証券化商品市場から資金が商品市場に流入し、資源価格も高騰したためにインフレに対する懸念が生じた。金融機関の自己資本毀損による信用収縮への不安や雇用状況の悪化はスタグフレーションの不安をもたらした。住宅価格が下落する状況で、米住宅市場を支えてきた住宅公社ファニーメイ、フレディマックの経営危機が公となり、いっそう金融不安が高まった。ブッシュ政権はファニーメイ、フレディマックへの緊急支援として立法措置をとって金融危機回避に努めたが、リーマンブラザーズの破綻が引き金となり、世界金融危機が起こった。FRB はベア・スターンズについては救済措置をとったが、リーマンブラザーズには手を差し伸べなかった。これはリーマンブラザーズ破綻時に、FRB が金融不安定鎮静化よりもモラルハザードの阻止を優先したためであるが、その結果、世界的規模の金融危機が生じた。滝川 (2010) はリーマンブラザーズを救済しなかったことを金融当局の失敗であると述べている。

2 統計分析

2.1 GDP の寄与度分析

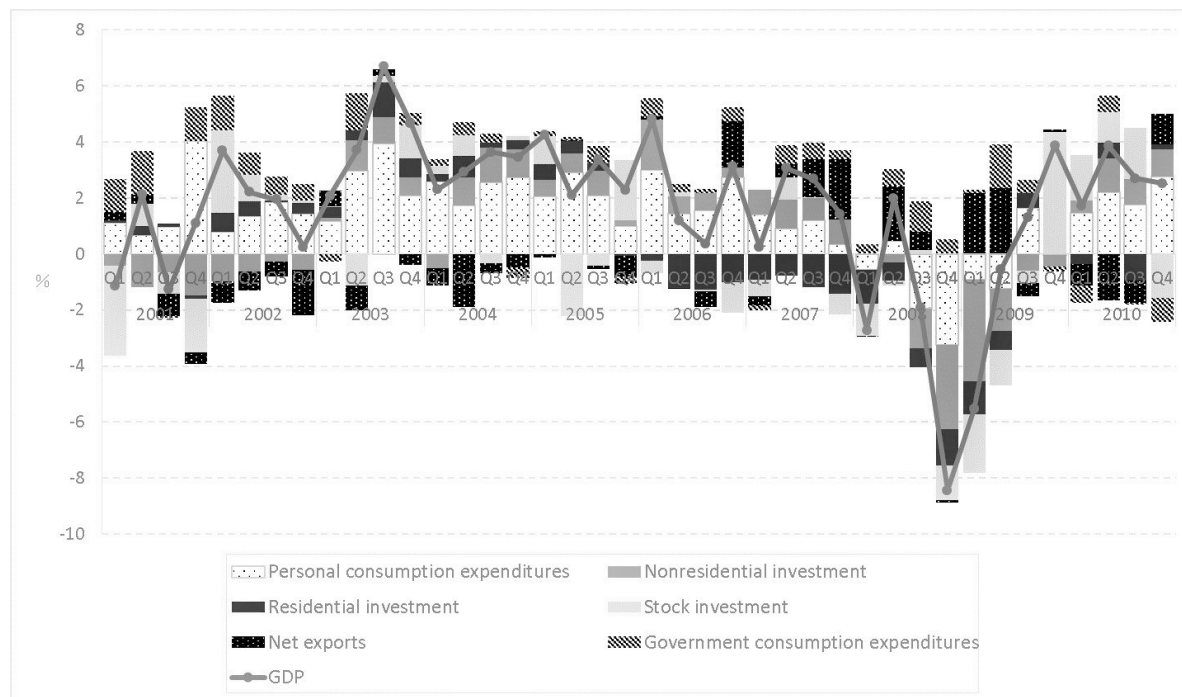


図 6: アメリカ実質 GDP 成長率の寄与度分解 (2001-2010)

まず、アメリカ経済を概観するために、GDP 成長率に GDP 諸項目がどれくらい寄与してきたのかを分析する。図 6 はアメリカの 2001 年の Q1 から 2010 年の Q4 までの季節調整済み実質 GDP の四半期データを用いて、実質 GDP 成長率（前期比）に GDP の内訳がどの程度寄与したかを示したものである。GDP の内訳は、個人消費、非住宅投資、住宅投資、在庫投資、純輸出、政府支出である。これを見ると、住宅価格が下落傾向に転ずる以前の 2006 年の Q2 には、すでに住宅投資の成長率はマイナスになっていたことが分かる。そして、住宅投資のマイナス成長率は 2009 年の Q2 まで続く。また、アメリカではホーム・エクイティ（住宅の時価評価額とローンの差額）を担保にした借入れが広く利用され、1～2 兆ドルの規模となっている。2004 年から 2006 年ころまでの個人消費の成長の一因は、サブプライムローン利用者のホーム・エクイティ・ローンでの借入れ増加であると推測される。リーマンショックが発生した 2008 年の Q3、Q4 には、実質 GDP 成長率がマイナスに転じる。実質 GDP のマイナス成長の主な要因は、個人消費と非住宅投資（主に企業の資本投資が該当）のマイナス成長である。加えて、この時期に政府支出のプラス成長幅が大きくなっている。これは、リーマンショックに対して米政府が経済安定化政策を講じたためであると考えられる。2009 年の Q3 には、個人消費の伸びが米経済をけん引し、実質 GDP の成長率はプラスとなる。同年の 2009 年の Q4 には非住宅投資の成長率が大きく高まり、アメリカ経済は不

況を脱する。

2.2 住宅価格と GDP の諸項目の関係

前節の寄与度分析により、2009 年 Q3、Q4 の GDP の大幅なマイナス成長は個人消費部門と住宅投資部門の減少によるものであると分かった。この節では住宅価格と GDP、消費、住宅投資の推移を比較することによって、住宅の価格とほかの変数の連動性をみていく。

2.2.1 トレンド乖離率の比較



図 7: アメリカの住宅価格と GDP の推移



図 8: アメリカの住宅投資と GDP の推移

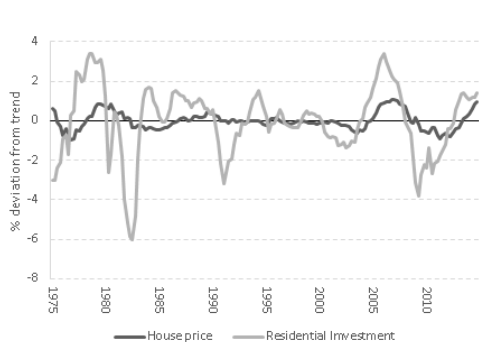


図 9: アメリカの住宅価格と住宅投資の推移

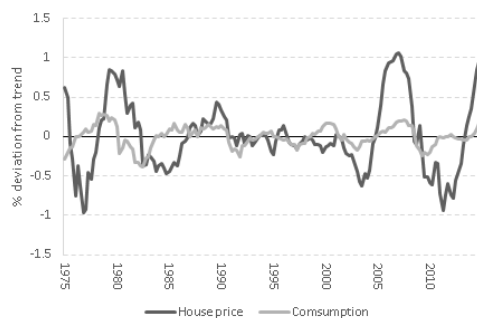


図 10: アメリカの住宅価格と実質消費の推移

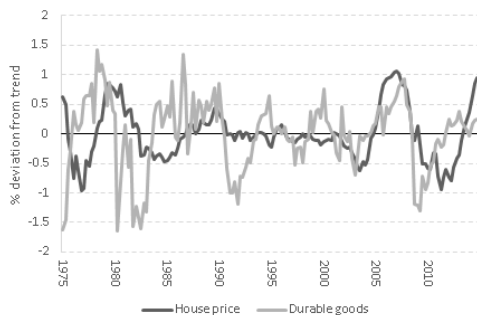


図 11: アメリカの住宅価格と耐久財消費の推移

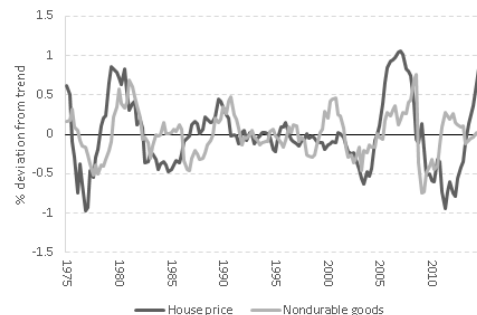


図 12: アメリカの住宅価格と非耐久財消費の推移

図 7、8、9 はそれぞれアメリカの住宅価格と実質 GDP (GDP)、住宅投資 (RI) と GDP、住宅価格 (HP) と住宅投資の推移を表したものである。図 10、11、12 はアメリカの住宅価格と消費 (C)、耐久財消費 (DG)、非耐久財消費 (NDG) の推移をそれぞれ表している。すべてのデータは対数を取った四半期データ (1975Q1-2014Q4) に HP フィルターをかけてトレンドとトレンドからの乖離に分けた後、トレンドからの乖離率を求めたものを利用した。元のデータは、住宅価格については米連邦住宅金融庁による住宅価格指数、GDP については季節調整済み実質 GDP、消費については季節調整済み実質消費、住宅投資、耐久消費財、非耐久消費財については GDP 内訳の実質値を用いた*1。図 7 より若干のラグはあるものの、GDP と住宅価格の推移には連動性があるといえる。図 8 より住宅投資と GDP の推移はかなり強く連動していることが読み取れる。次の図 9 を見ると、住宅投資がトレンドからプラスに乖離するとわずかなラグを伴って住宅価格もトレンドからプラスに乖離する傾向があることが分かる。これは、住宅価格や住宅投資のトレンド乖離が、アメリカ国内総生産のトレンドからの乖離を説明する一つの指標である可能性を示している。しかし、住宅価格と住宅投資のどちらが先に生じるのかはここでは断定できない。また、図 10 からは、住宅価格と消費の相関性はみられるものの、相関はあまり強くはないということが分かる。消費をさらに細かく耐久財消費と非耐久財消費に分け、それぞれ住宅価格との推移の関係をみたものが図 11、12 である。住宅価格と耐久財消費の推移の関係をみると、住宅価格と耐久財消費の連動性はそれほど強くないことが分かる。一方、住宅価格と非耐久財消費の推移からは、非耐久財消費と住宅価格にはそれなりの連動性があることが読み取れる。よって、住宅価格と消費の連動性が見られなかったのは、住宅価格と耐久財消費のトレンド乖離率に相関があまりなかったためであるといえる。この理由としては、住宅は耐久財の一部であり、他の耐久財と比べて価格も高いため、住宅価格が高くなると耐久財消費が落ち込むためであると考えられる。

*1 すべてのデータにはドリフト付きのランダムウォークモデルでラグの長さを 8 として ADF 検定をかけ、優位水準 5% で単位根を持たないことを確認している。

2.2.2 住宅価格のラグを考慮した相関係数の推移

表 2: 住宅価格のラグを考慮した相関係数

	HP _{t-3}	HP _{t-2}	HP _{t-1}	HP _t	HP _{t+1}	HP _{t+2}	HP _{t+3}
GDP _t	0.14	0.25	0.35	0.41	0.47	0.53	0.54
C _t	0.03	0.15	0.25	0.32	0.38	0.46	0.49
RI _t	-0.07	0.08	0.23	0.35	0.48	0.60	0.66
DG _t	-0.11	0.01	0.09	0.16	0.25	0.36	0.42
NDG _t	0.49	0.51	0.46	0.36	0.31	0.26	0.19

次に、住宅価格とその他のデータの関連性を見るために相関係数を考える。表 2 は行に GDP、消費、住宅投資、耐久財消費、非耐久財消費をとり、列に 3 期前から 3 期後までの住宅価格をとって、それらの相関係数を計算した結果である。相関係数が 1 に近いほど濃い色を付けてある。これを見ると GDP、消費、住宅投資、耐久財消費はそれらより先の期の住宅価格との相関が強い傾向があることが分かる。一方、非耐久財消費はそれより前の期の住宅価格との相関が強いことが読み取れる。

2.2.3 標準偏差の比較

表 3: 各変数の標準偏差とその GDP の標準偏差との比

	std.dev.	std.dev. relative to GDP
HP	0.445	2.9
GDP	0.154	1.0
C	0.133	0.9
RI	1.795	11.7
DG	0.613	4.0
NDG	0.278	1.8

表 3 は住宅価格、GDP、消費、住宅投資、耐久財消費、非耐久財消費の標準偏差とその GDP の標準偏差との比をまとめたものである。住宅価格、住宅投資、耐久消費財の標準偏差はそれぞれ、GDP の標準偏差の 3.9 倍、11.7 倍、4.0 倍とかなり大きい。一方、消費の標準偏差は GDP の標準偏差の 0.9 倍と、GDP とほぼ同程度の標準偏差であることが分かる。

以上より、GDP、消費、住宅投資、耐久財消費は住宅価格に先立ってトレンドからプラスに乖離する傾向がある一方で、非耐久財消費は住宅価格に遅れてトレンドからプラスに乖離する傾向があるといえる。また、住宅価格、住宅投資、耐久消費財の標準偏差は比較的大きいため、トレンド

からの乖離率が高いということが分かる。

2.3 TVP-VAR による構造パラメータ変化の分析

2.3.1 TVP-VAR モデルの説明

次に VAR モデルによって変数間の時系列的関係をより明確にし、アメリカのサブプライムローン問題を分析する。従来使用されてきた通常の VAR モデルは、システム内のパラメータが一定であるという仮定を置いている。しかし、「ルーカス批判」(Lucas(1976)) で言われているように、人々の経済行動や期待の変化が経済変数間の関係に影響を与える可能性がある。特に、住宅バブルやその崩壊などが起こった場合、パラメーターの値は大きく変動すると考えるのは自然なことである。そこで、本稿では固定パラメータ VAR モデルに変えて、時間によって係数や構造ショックの同時相関を変動させ、さらには構造ショックの分散に確率的ボラティリティモデルを仮定した事変パラメータ VAR (Time-Varying parameter VAR; TVP-VAR) を使って分析を行う。TVP-VAR モデルは Primiceri (2005) によって提唱された。また、TVP-VAR モデルの精度に関してであるが、Nakajima et al. (2011) や D'Agostino et al.(2011) は日本とアメリカのマクロデータを用いて固定パラメータ VAR と TVP-VAR を比較し、それぞれ当てはまりの良さや予測精度が TVP-VAR のほうがよいことを示している。

続いて固定パラメータ VAR モデルと TVP-VAR モデルの違いを式を用いて簡潔に説明する。

・固定パラメータ VAR モデル

$$\mathbf{y}_t = X_t \boldsymbol{\beta} + A^{-1} \Sigma \boldsymbol{\varepsilon}_t.$$

・TVP-VAR モデル

$$\mathbf{y}_t = X_t \boldsymbol{\beta}_t + A_t^{-1} \Sigma_t \boldsymbol{\varepsilon}_t.$$

ただし、 $X_t = I_k \otimes (\mathbf{y}'_{t-1}, \dots, \mathbf{y}'_{t-s})$ ($\otimes$ はクロネッカー積^{*2})、 $\boldsymbol{\beta}$ は係数ベクトル、 A^{-1} は同時関係を表すパラメータ行列、 Σ は構造ショックの分散を表現するパラメータ行列である。TVP-VAR モデルでは係数やパラメータを $\boldsymbol{\beta}_t$ 、 A_t^{-1} 、 Σ_t と時変にすることで、データの時間変動の分析を可能にしている。TVP-VAR モデルについての詳細は Appendix を参照されたい。

^{*2} A を $m \times n$ 行列、B を任意の行列とすると、 $A \otimes B = \begin{pmatrix} a_{11}B & \dots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \dots & a_{mn}B \end{pmatrix}$ である。

2.3.2 使用するデータ

VAR の変数としては GDP ギャップ、物価指数 (CPI)、金利ギャップ (IR)、家計負債ギャップ (D)、住宅価格ギャップ (HP)、住宅投資ギャップ (RI) を用いる。これまでの分析によって、実質 GDP と住宅投資は住宅価格と比較的強い相関があることが分かった。 t 期の実質 GDP と住宅投資は t 期の住宅価格よりも $t + 3$ 期の住宅価格とのほうが相関係数が大きいため、実質 GDP と住宅投資は住宅価格の変化を説明できる可能性がある。また、Mian and Sufi (2015) のように住宅価格の下落と家計の負債増加を関連づける先行研究は多いため、家計の負債によって住宅価格の変化が説明されうると考えた。これらの指標に加え、経済状況を考慮するために CPI と実質利子率を変数とした。CPI を除くすべてのデータは対数を取った四半期データ (1980Q1-2014Q4) に HP フィルターをかけてトレンドからの乖離を求めた結果である。CPI は前年比を取ってインフレ率とした。加工前のデータは、GDP ギャップについては季節調整済み実質 GDP、物価指数については米労働省による統計、金利ギャップについてはフェデラル・ファンド・レート、家計負債ギャップについては連邦準備制度理事会による統計、住宅価格については米連邦住宅金融庁による住宅価格指数、住宅投資については GDP 内訳の実質値を用いた^{*3}。サブプライムローン問題において家計の負債が住宅価格を毀損したという先行研究は存在するが (例えば Mian and Sufi (2015) など)、それを家計の負債や住宅価格を変数に持つ TVP-VAR モデルで時系列的に実証分析した研究は、我々の知る限り本稿が初めてである。本稿では家計の負債と住宅価格や住宅投資の関係以外にも、金利と他の変数の関係についても分析し、住宅バブル崩壊前後でアメリカ経済に構造パラメータの変化が生じたのかを調べる。

本稿の TVP-VAR モデルではショックの識別にリカーシブ制約と呼ばれる特定の制約条件を用いているため、 $\mathbf{y}_t$ の変数を外生的であるものから順に並べる必要がある。変数はアメリカ経済への影響度が大きいと考えられるものから順に GDP ギャップ (GDP)、物価指数 (CPI)、金利ギャップ (IR)、家計負債ギャップ (D)、住宅価格ギャップ (HP)、住宅投資ギャップ (RI) と並べた。また、モデルの選択に関してであるが、固定パラメータ VAR モデルにおいてベイズ情報量基準 (BIC) を適用し、最も低い規準値を持つラグ次数 1、定数項ありのモデルを使用する。尚、TVP-VAR の推定には MCMC 法を用いた。

^{*3} すべてのデータにはドリフト付きのランダムウォークモデルでラグの長さを 8 として ADF 検定をかけ、優位水準 5 % で単位根を持たないことを確認してある。

2.3.3 パラメータの推定結果

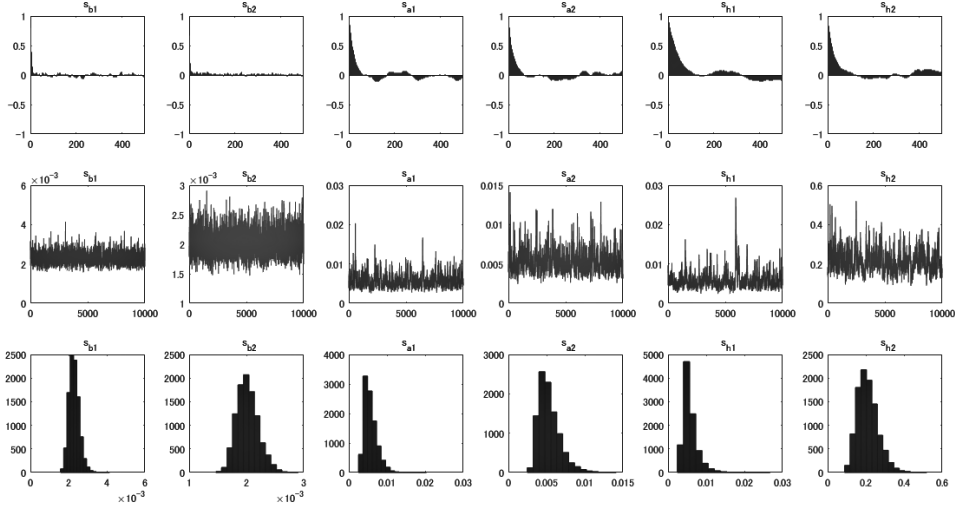


図 13: TVP-VAR モデルの推定結果 (一部抜粋)。標本自己相関係数 (上段)、標本経路 (中段)、事後確率密度関数 (下段)

MCMC 法による推定は、最初の 1000 個のサンプルを稼働検査期間として破棄した後、 $M = 10000$ のサンプルを発生させた。図 13 は推定結果のうちのいくつかのパラメータの標本自己相関係数、標本経路、事後確率密度関数である。図 13 にあるのは、それぞれ β_t 、 A_t^{-1} 、 Σ_t の分散に関するパラメータである $(\Sigma_\beta, \Sigma_a, \Sigma_h)$ の (1, 1) 成分と (2, 2) 成分である。例えば、 s_{b1} は Σ_β の (1, 1) 成分の平方根を表す。標本自己相関係数はいずれのパラメータについても十分に 0 へと収束している。標本経路についても状態空間を大きな偏りなく訪れていることが分かる。

表 4: TVP-VAR モデルのパラメータの推定結果 (一部抜粋)

Parameter	Mean	Stdev.	95% interval
sb1	0.0023	0.0003	[0.0018, 0.0029]
sb2	0.0020	0.0002	[0.0017, 0.0024]
sa1	0.0057	0.0017	[0.0034, 0.0099]
sa2	0.0053	0.0014	[0.0034, 0.0089]
sh1	0.0058	0.0021	[0.0034, 0.0112]
sh2	0.2105	0.0546	[0.1234, 0.3341]

表 4 はこれらのパラメータの事後平均、標準偏差、95% 信用区間である。全てのパラメータの事後平均は、その 95% 信頼区間に入っていることが確認できる。

2.3.4 構造ショックの分散の推移

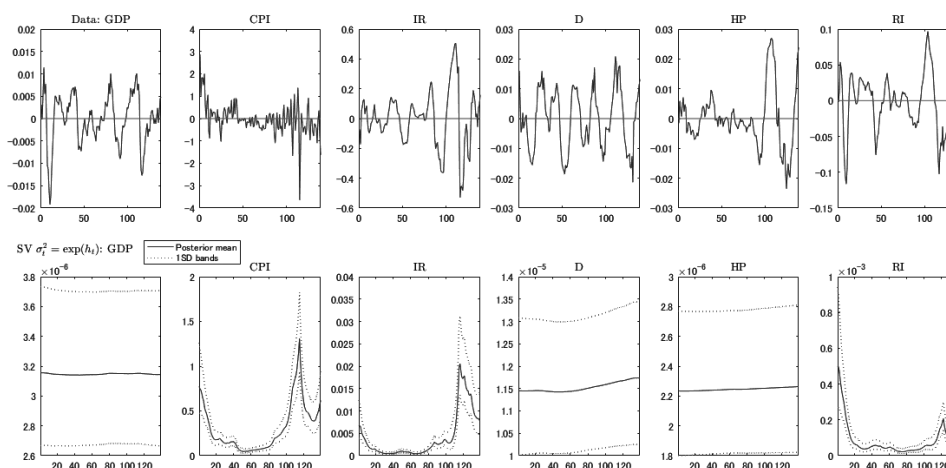


図 14: マクロデータ (上段) と TVP-VAR モデルによって推定された構造ショックの分散 (下段)。データは GDP ギャップ (GDP)、物価指数 (CPI)、金利ギャップ (IR)、家計負債ギャップ (D)、住宅価格ギャップ (HP)、住宅投資ギャップ (RI)。下段の実践は構造ショックの分散の事後平均、点線は ± 1 標準偏差を表す

図 14 の上段は GDP ギャップ、物価指数、金利ギャップ、家計負債ギャップ、住宅価格ギャップ、住宅投資ギャップの時系列データである。図 14 の下段は TVP-VAR モデルによって推定された構造ショックの分散の推移をグラフにしたのもである。横軸は時間を表し、1980 年 Q1 から 2014 年 Q4 に 1 から 140 までの番号を振っている。これを見ると、GDP ギャップ、家計負債ギャップ、住宅価格ギャップの構造ショックの分散はほぼ一定であるが、残りの物価指数、金利ギャップ、住宅投資ギャップの構造ショックの分散は時間によって変化していることが分かる。後者の分散の変動の特徴としては、主に 1980 年代の間と 2000 年代以降に大きく分散が変動している。1980 年代の分散の大きな変動は、1979 年に始まった第 2 次オイルショックにより物価、金利、投資などのボラティリティが高まったと考えられる。また、2000 年代の大きな変動は、様々な要因が考えられるが、IT バブルや住宅バブルなどが主な要因だと推測される。しかしながら、なぜ後者の物価指数、金利ギャップ、住宅投資ギャップの分散のみが時間によって変動し、前者の GDP ギャップ、家計負債ギャップ、住宅価格ギャップの構造ショックの分散が時間を通じて横ばいであるかについては議論の余地がある。

2.3.5 インパルスレスポンスによる分析 (家計負債ショック)

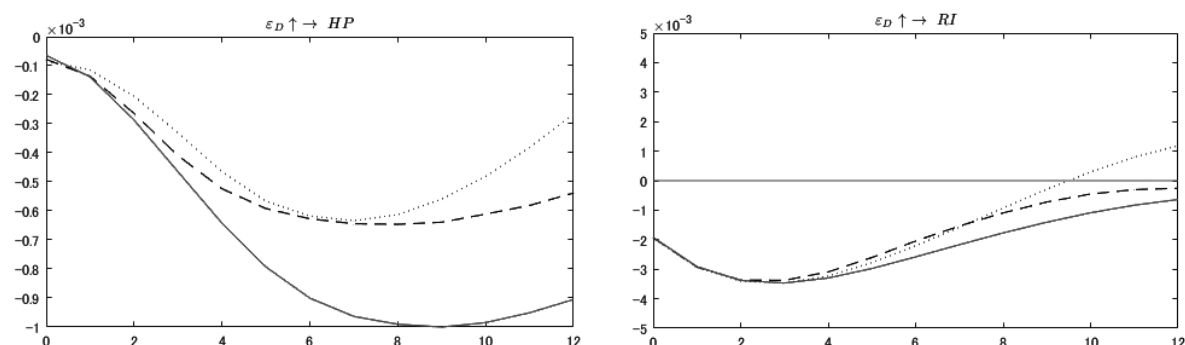


図 15: 家計負債ショックに対する住宅価格 (左図) と住宅投資 (右図) のインパルス応答関数 ($\varepsilon_D \rightarrow HP$, $\varepsilon_D \rightarrow RI$)。2002 年の Q2(点線)、2007 年の Q2(破線)、2012 年の Q2(実線) における事後メディアンインパルスレスポンス。横軸はショックからの経過時間 (四半期)

図 15 は家計負債ショックに対する住宅価格と住宅投資のインパルスレスポンスを表したものである。この章におけるインパルスレスポンスではすべて、点線が住宅価格急騰以前の 2002 年の Q2、破線が住宅バブル崩壊時 2007 年の Q2、実線がサブプライム危機収束後の 2014 年の Q2 を示している。インパルスレスポンスに関する説明は、沖本 (2010) などが詳しい。左図からは家計負債ギャップにプラスのショックを与えると、住宅価格ギャップがマイナスに振れることが分かる。すなわち、家計負債がトレンドからプラス方向に乖離することによって、住宅価格がトレンドからマイナス方向に乖離する傾向があるということである。時間によって、住宅価格のマイナス方向への乖離は変化し、2002 年 Q2、2007 年 Q2、2012 年 Q2 と、次第に強くなっていくことが読み取れる。右図からは、家計負債がトレンドから正の方向に乖離すると、住宅投資が不の方向にトレンド乖離することが分かる。インパルスレスポンスの時間変化については住宅価格と同様に、住宅投資においても 2002 年 Q2、2007 年 Q2、2012 年 Q2 と、マイナス方向へのトレンド乖離が次第に強くなっていくことが読み取れる。したがって、住宅バブル発生前と比べ住宅バブル崩壊時のほうが、家計負債が増えた時の住宅価格と住宅投資の減少への影響が大きいということである。さらに、住宅バブル崩壊時と比べてサブプライム危機収束後のほうが、その影響はより大きくなる。住宅バブル崩壊時に家計負債が住宅価格に及ぼした影響として、Mian and Sufi (2015) は、家計負債の増加が原因で差し押さえられた住宅の多くは銀行によって格段に安い価格で売られるので、差し押さえが多く起こった地域は住宅価格が下がるということを述べている。住宅バブル崩壊時に家計負債の増加が住宅投資を減少させたのは、住宅ローン貸し出しの条件が厳しくなっていたために、家計負債が増えると住宅投資が落ち込みやすくなっていたと考えられる。さらに、サブプライ

ム問題が収束した後は、アメリカ経済の負債に対する住宅価格と住宅投資の反応度は高まり、少しの負債増加でより大きく住宅価格や住宅投資が減少するように構造パラメータが変化したと推測される。

2.3.6 インパルスレスポンスによる分析 (住宅価格と住宅投資)

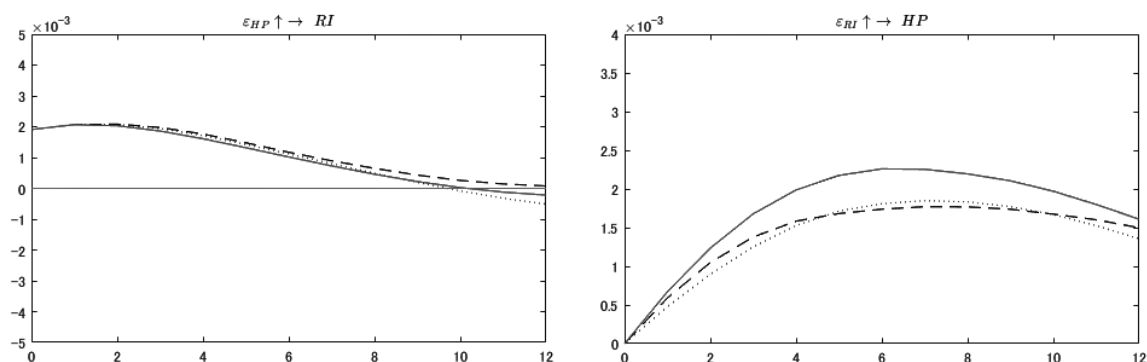


図 16: 住宅価格ショックに対する住宅投資 (左図) と住宅投資ショックに対する住宅価格 (右図) のインパルス応答関数 ($\varepsilon_{HP} \rightarrow RI$, $\varepsilon_{RI} \rightarrow HP$)。2002 年の Q2(点線)、2007 年の Q2(破線)、2012 年の Q2(実線) における事後メディアンインパルスレスポンス。横軸はショックからの経過時間 (四半期)

図 16 は住宅価格ショックに対する住宅投資と住宅投資ショックに対する住宅価格のインパルスレスポンスを表したものである。右図を見ると、住宅価格ギャップにプラスのショックを与えた場合、住宅投資ギャップはすぐにプラス方向にトレンド乖離した後、徐々にショックの影響が減退していくことが分かる。一方で左図を見ると、住宅投資ギャップにプラスのショックを与えた場合、住宅価格ギャップはすぐには反応せず、徐々にプラスの方向に乖離していき、ショックから 6 期 (1 年半) 後ごろにピークをむかえるということが読み取れる。これらは住宅価格の増加は短期的に住宅投資の増加をもたらす一方で、住宅投資の増加はラグを伴って住宅価格を増加させるということを示唆している。また、住宅投資ショックが住宅価格に与える影響は時間によって異なり、住宅価格高騰前の 2002 年の Q2 と住宅バブル崩壊時の 2007 年 Q2 よりも、サブプライム危機後の 2014 年 Q2 のほうが大きい。これは、住宅バブル崩壊を経て、住宅価格がよりファンダメンタルに基づいて決められるようになり、住宅価格増加に対して住宅投資の増加が寄与する度合いが増したからであると考えられる。

2.3.7 インパルスレスポンスによる分析 (金利ショック)

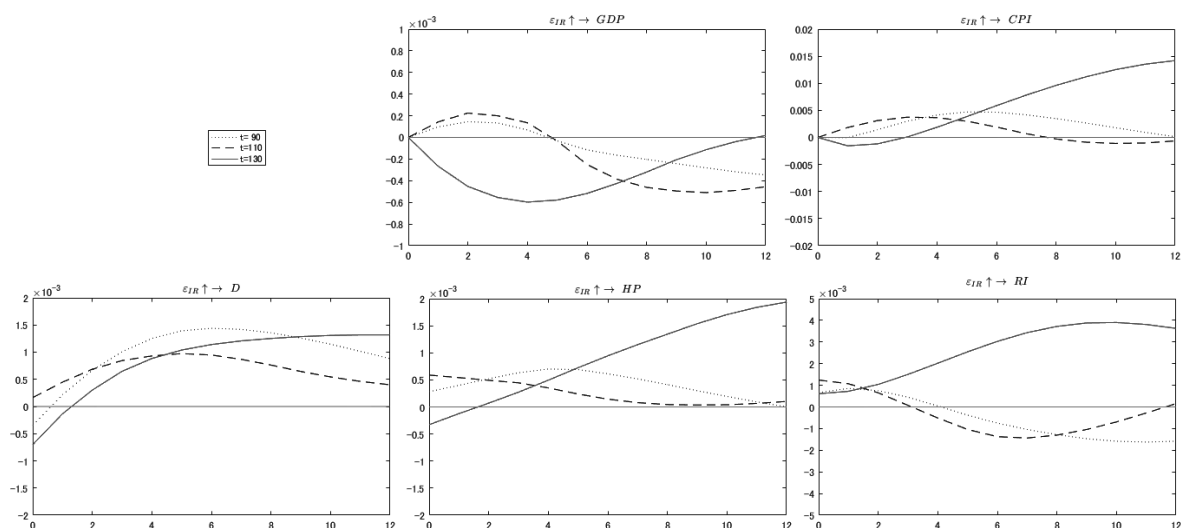


図 17: 金利ショックに対するインパルス応答関数。2002 年の Q2(点線)、2007 年の Q2(破線)、2012 年の Q2(実線) における事後メディアンインパルスレスポンス。横軸はショックからの経過時間 (四半期)

図 17 は金利ショックに対するインパルスレスポンスを表したものである。この図では金利ショックに対する GDP、物価指数、家計負債、住宅価格、住宅投資のインパルスレスポンスが書かれている。上段の左図は金利ギャップにプラスのショックを与えた時の GDP ギャップの振れを表している。GDP の振れは時間によって変化が見られる。住宅バブル発生前の 2002 年の Q2 と住宅バブル崩壊時の 2007 年 Q2 では一度プラスの方向に振れてからショックから 5 期 (1 年 3 か月) を境にマイナス方向へ落ちこむ。マイナス方向への落ち込み幅はバブル発生前よりも崩壊後のほうが大きい。これはサブプライム問題が露呈し、資金の流動性が低下した経済では、金利の上昇に対してより大きく GDP が反応するためであると考えられる。一方でサブプライム危機収束後の 2014 年 Q2 では金利のプラス方向へのショックは GDP にマイナス方向のショックのみをもたらすが、ショックから 12 期 (3 年) 後には GDP はショックを与えた時の状態に戻ることが分かる。リーマンショックを経て、アメリカの GDP の金利ショックに対する反応は大きく変化したといえる。時間によって GDP ギャップの金利への反応は変っていくという結果から、望ましい政策ルールを GDP ギャップを基準に考えるならば、政策ルールはその時々々の経済状況に合わせて柔軟に変化させていく必要があるといえよう。

上段の右図は金利ショックに対する物価指数のインパルス応答である。金利トレンドからプラスの方向に乖離するショックを与えると、物価指数はプラス方向に反応している。物価の反応はリー

マンショック前の 2002 年 Q2 と 2007 年の Q2 では比較的ゼロに近かったが、リーマンショック後の 2014 年 Q2 では大きくプラス方向に移っている。通常、利上げ (利下げ) はインフレ抑制 (促進) のために行われるものであるが、リーマンショック後の金融政策はむしろ利上げ (利下げ) によってインフレを促進 (抑制) する結果となっており、金融政策が十分に機能していない可能性が考えられる。

下段の左図は金利ショックに対する家計負債のインパルス応答である。金利ギャップにプラス方向のショックを与えると、ショックを与える時期に関係なく、負債ギャップはプラス方向にトレンド乖離している。負債のプラス方向のトレンド乖離は、リーマンショック前の 2002 年 Q2 と 2007 年の Q2 では 5 期前後をピークに減衰していくのが読み取れるが、リーマンショック後の 2014 年 Q2 では長期的に持続している。サブプライム問題を経て、アメリカ経済は、金利の上昇によって家計の負債が増えやすい状態に変わったといえる。

下段中央と下段左の図は金利ショックに対する住宅価格と住宅投資のインパルスレスポンスである。金利ギャップがプラス方向にトレンド乖離するショックを与えると、住宅価格ギャップと住宅投資ギャップも共にプラス方向にトレンドから乖離するが、その乖離幅は時期によって大きく異なっている。住宅バブル発生前の 2002 年の Q2 と住宅バブル崩壊時の 2007 年 Q2 では、住宅価格ギャップと住宅投資ギャップは小幅にプラス方向に振れた後、比較的短い期で減衰が始まっている。一方で、サブプライム危機後の 2014 年 Q2 では、10 期付近で大幅なプラス方向のトレンド乖離が見られ、ショックの影響が増大、長期化している。サブプライム危機以前よりも危機後のほうが、金利ショックによって住宅価格と住宅投資はプラス方向のショックを受けやすくなっている。

2.3.8 まとめ

金利ショックに対する各変数の反応は、住宅バブル発生前・崩壊中とサブプライム危機後で大きく異なっており、リーマンショックを経て、家計負債や金利変化がアメリカ経済に与える変化は大きく変容している。この変化は、経済の構造パラメータの変化によるものであるといえる。構造パラメータが大きく変化する代表的な理由としては、革新的な技術進歩があるが、2007 年前後に大きな技術革新があったとは考えにくい。そして、リーマンショックを経て、同じ大きさの負債増加ショックでより大きく住宅価格や住宅投資が減少するようになったという結果から、構造パラメータの変化の原因は、バブル崩壊による大幅な家計負債の増加がフィナンシャルアクセラレーターの効果を大きくしたことにあると推測できる。つまり、フィナンシャルアクセラレーターの効果の増大によって、同じ大きさの負債ショックに対する住宅価格の下落や住宅投資の減少が増大したということである。ここで、家計負債の増加は純資産の減少と表裏の関係にあるので、純資産の減少がフィナンシャルアクセラレーターの効果を大きくしたと言い換えることができる。したがって、我々は純資産の減少によってフィナンシャルアクセラレーターの効果が大きくなったために、構造パラメータに変化が生じたと結論付ける。

次章では家計のフィナンシャルアクセラレーターを考慮した動学マクロモデルによって、純資産を減少させるショックが経済に与える影響をシミュレーション分析する。そして、バブル崩壊による経済へのダメージを最も軽減させる金融政策ルールは何かを考察する。

3 家計にフィナンシャルアクセラレーターを導入したモデル

3.1 モデルの概要

第1章で紹介したように、08年の米国金融危機以降、バブル崩壊によって経済に大きな影響を与える要因として、それ以前に家計(特に低所得層)が過剰な住宅債務を抱えていたことを指摘する研究が出てきている。そこで今回の分析では、家計にフィナンシャルアクセラレーターを導入したモデルである Aoki, Peoudman and Vlieghe (2002) を使用する。それにより、バブルと家計のバランスシートの状況の関係、またバブル崩壊がなぜ家計の総需要を低下させるのか分析することが可能になる。以下では、最初にモデルの全体像を説明して、その後、本モデルにおけるフィナンシャルアクセラレーターの特徴を説明する。

○ モデルの全体像

図18は本モデルの全体像を表現したものである。財市場では、消費財生産者が資本一定の下で消費者からの労働を用いて消費財を生産する。その消費財は消費者が消費すると同時に、住宅生産者が投資財として利用する。住宅生産者は消費財を投資することで住宅を生産し、その住宅は住宅所有者に購入される。住宅所有者はその住宅を消費者に貸し出し、消費者は賃料を住宅所有者に支払う。

金融市場では、消費者は金融仲介者に貯蓄するし、代わりにリスクフリー実質金利 R_t を受け取る。住宅所有者は、住宅を購入するための資金として自己資本で賄えない部分を金融仲介者から借り入れを行う。代わりに、住宅所有者は財務状況(自己資本比率)に応じて外部資金調達プレミアムを上乗せされた金利を支払う。また、住宅所有者の自己資本から消費者に配当が支払われる。

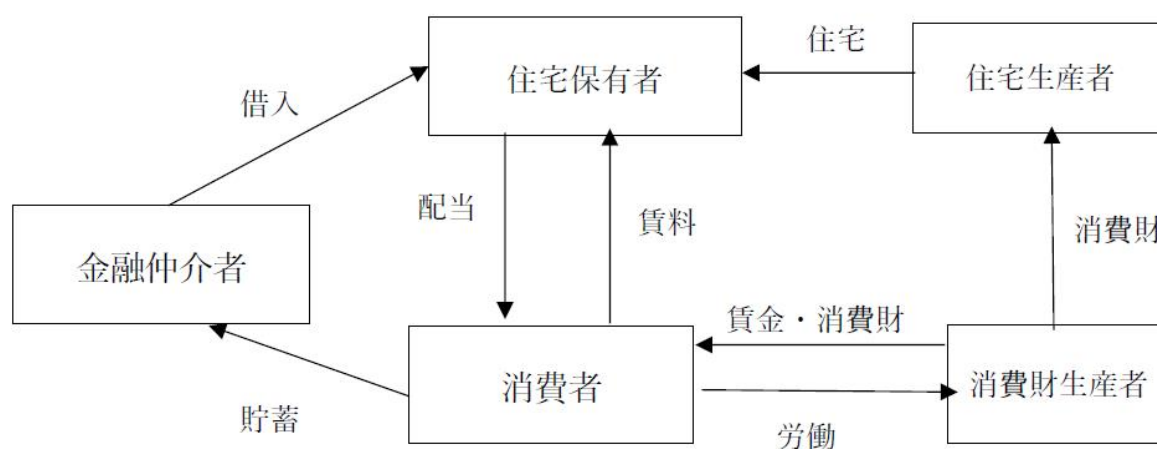


図 18: モデルの全体像

○ フィナンシャルアクセラレーター

第1章で説明したように、フィナンシャルアクセラレーターとは、資本市場の不完全性のもとで、資産価格の変動を通じて外部資金調達プレミアムが内生的に変動し、様々なショックの影響が増幅されるメカニズムである

私たちが使用するモデルでは、バブル崩壊（資産価格の低下）により住宅所有者の自己資本（純資産）の変化（財務状況の変化）が家計の総需要に与える影響として二つの経路を考えることができる。

一つの目の経路は、住宅所有者の自己資本が変化することで住宅購入が変化する経路である。住宅は借入時の担保としても利用される。そのため住宅価格が変化すると借入時に金利に上乗せられるプレミアムも変化する。具体的には、バブル崩壊などにより住宅所有者が保有する住宅の価格が下落するとプレミアムが上昇する。プレミアムの上昇に借入時の金利が増加すると住宅所有者は住宅購入を減少させる。

二つの目の経路は、住宅所有者の自己資本が変化することで消費者の消費が変化する経路である。住宅所有者から消費者に支払われる配当は住宅所有者の自己資本から支払われる。そのため住宅価格が下落すると自己資本が減少することで、住宅所有者から消費者に支払われる配当が減少する。配当の減少は消費者の消費を減少させる。

以上より、二つの経路から発生する家計におけるフィナンシャルアクセラレーター効果をモデル上でシミュレーション分析できる。

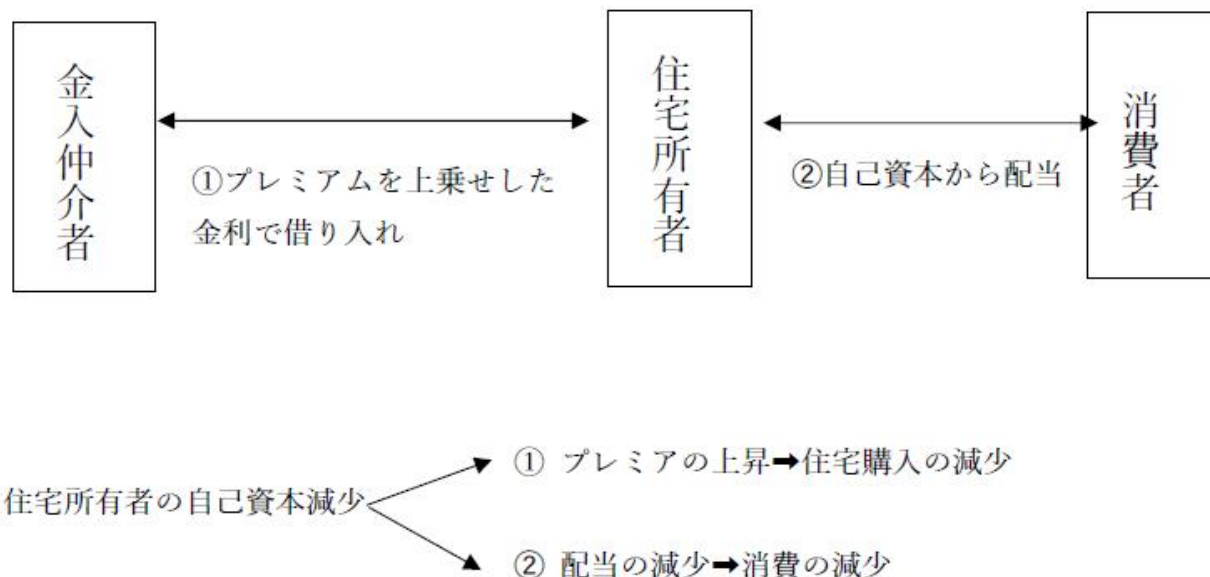


図 19: フィナンシャルアクセラレーター

○ 二つのタイプの消費者

消費者には二つのタイプが存在する。一つ目のタイプの消費者は、経済学における標準的な消費者である。つまり、異時点間の最適化行動に基づいて今期の消費と貯蓄の選択を行う消費者である。言い換えると、恒常所得仮説に基づいて消費量が決定され、通常の消費のオイラー方程式を満たす。このような消費者にはいわゆるリカードの等価定理が成立するので、以降ではリカード的消費者 (PIH) と呼ぶことにする。

一方で、二つ目タイプの消費者は非リカード的な消費者 (rule-of-thumb) である。非リカード的消費者とは、異時点間の最適化を行わず、当期の可処分所得をすべて使い切る消費者である。平たくいえば、ケインズ型消費関数で基礎消費がなく限界消費性向が1という消費者である (江口 (2011))。本モデルでは、当期の所得に加えて当期の配当も当期にすべて使い切るとする。そのため、住宅価格の上昇によって配当が増加すると、その増加分すべてが消費の増加となって表れる。金融機関からの信用が低いサブプライム層の家計が非リカード的消費者である可能性は高い。

3.2 モデル式

○ 選好

家計は様々な消費財と住宅サービスを消費する。 C_t を消費、 L_t を労働供給とする。すると、家計 i の t 期の効用は次のように表現される。

$$\log C_t^i + \xi \log(1 - L_t^i), \quad \xi > 0$$

そして、 C_t^i は CES 型関数で与えられる。

$$C_t^i = \left[\gamma^{\frac{1}{\eta}} (c_t^i)^{\frac{\eta-1}{\eta}} + (1-\gamma)^{\frac{1}{\eta}} (h_t^i)^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

ここで、 c_t^i は様々な消費財について Dixit=Stiglitz 型の集合を、 h_t^i は住宅サービスをそれぞれ表す。それぞれの消費財はインデックス $z \in (0,1)$ で表示し、 c_t^i は以下のように定義する。

$$c_t^i = \left[\int_0^1 c_t^i(z)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dz \right]^{\frac{1}{\varepsilon-1}}$$

さらに、それぞれの消費財に対応する価格のインデックスは

$$P_{c,t} = \left[\int_0^1 p_t(z)^{1-\varepsilon} dz \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

と与えられる。

C_t^i の値が与えられると、(期間内の) 効用最大化条件より、消費財と住宅サービスに対する需要関数は以下になる。

$$c_t^i = \gamma \left(\frac{P_{c,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t^i$$

$$h_t^i = (1-\gamma) \left(\frac{P_{c,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t^i$$

ただし、 $P_{c,t}$ は消費財の価格、 $P_{h,t}$ は住宅のレンタル価格をそれぞれ表す。

一般物価を P_t と置くと、以下のように定義される。

$$P_t = \left[\gamma P_{c,t}^{1-\eta} + (1-\gamma) P_{h,t}^{1-\eta} \right]^{\frac{1}{1-\eta}}$$

それぞれの消費財に対する需要関数は

$$c_t^i(z) = \left(\frac{P_t(z)}{P_{c,t}} \right)^{-\varepsilon} c_t^i$$

となる。

○ 住宅購入決定

住宅購入の決定は住宅所有者によって行われる。つまり、住宅所有者は t 期末に住宅生産者から価格 Q_t で住宅を購入し、 $t+1$ 期にその住宅を消費者へレンタル料 $P_{h,t+1}$ で貸し出す。その購入代金のうち、一部は t 期末の自己資本（純資産） N_{t+1} でまかない、残りの部分は借入れ b_{t+1} でまかなう。実質値で表現すると

$$q_t h_{t+1} = N_{t+1} + b_{t+1} \quad (1)$$

となる。ただし、 $q_t = \frac{Q_t}{P_t}$ であり、住宅の実質価格を表す。

住宅所有者は金融市場の不完全性（モニタリングコスト発生）により、外部資金調達プレミアムが課される。また、住宅所有者はリスク中立的とする。さらに、住宅所有者は消費者に配当を支払う。

住宅所有者の住宅に対する需要は、住宅による期待収入と期待資金調達コストに依存して決定される。 t 期に 1 単位の住宅を購入し、 $t+1$ 期にそれを貸し出すことによる期待総収入 $R_{h,t+1}$ は

$$E_t[R_{h,t+1}] = E_t \left[\frac{X_{h,t+1} + (1-\delta)q_{t+1}}{q_t} \right] \quad (2)$$

となる。ただし、 $0 < \delta < 1$ で住宅の減耗率を表す。また、 $X_{h,t+1}$ は一般物価に対するレンタル価格を表す。

借入コストは住宅所有者の財務状況、つまり自己資本比率に依存して決定される。外部資金調達プレミアムを $f(\cdot)$ で表すと、 $f(\cdot)$ は自己資本比率 $\frac{N_{t+1}}{q_t h_{t+1}}$ の減少関数である。外部資金調達プレミアムと自己資本比率のこのような関係を現実の経済に即して説明すると、銀行には、借り手がどの程度の返済能力があるかを観察できない、あるいは返済能力がどの程度あるかを審査するためにコストが発生する。そのため、負債の利子率はデフォルト率によって変動する。デフォルト率は自己資本が少ないほど発生しやすい。したがって、借入コストは自己資本比率が少ないほど大きくなる。 R_t をリスクフリーレートとすると、借入コストは

$$f\left(\frac{N_{t+1}}{q_t h_{t+1}}\right) R_{t+1}, f' < 0$$

以上より、住宅所有者の住宅需要についての最適化条件は以下を満たす。

$$E_t[R_{h,t+1}] = f\left(\frac{N_{t+1}}{q_t h_{t+1}}\right) R_{t+1} \quad (3)$$

次に住宅所有者の純資産の推移について考える。 V_t を t 期始めにおける住宅所有による価値とすると

$$V_t = R_{h,t}q_{t-1}h_t - f\left(\frac{N_t}{q_{t-1}h_t}\right)R_t b_{t-1} \quad (4)$$

と表現できる。ただし、 $R_{h,t}$ は住宅所有による事後的な収益を表す。

また先に説明したように、住宅所有者は消費者に配当 D_t を支払う。配当を支払った後の住宅所有者の純資産は次のように表される。

$$N_{t+1} = V_t - D_t \quad (5)$$

また、(4) 式の第 1 項を (1) 式を用いて書き直すと

$$R_h q_{t-1} h_t = (X_{h,t} + (1 - \delta)q_t)h_t$$

したがって、住宅価格 q_t の変化は、純資産に影響を与え、結果として家計の借入条件にも影響を与える。

次に配当がどのように決まるかを考える。配当は住宅所有者の純資産から消費者に支払われる。この時、住宅価格が上昇すると、次の 2 つの場合が考えられる。一つ目の場合は、配当が増加する場合である。配当が増加すると今期の消費が増加し、結果として今期の家計の効用が増加する。二つ目の場合は、配当が増加しない場合である。配当が増加しないと純資産が増加するので、将来の外部資金調達プレミアムが低下する。

このような 2 つの場合が考えられるが、配当は次のように決定されるとする。つまり、配当は純資産比率に比例する。

$$D_t = \chi \left(\frac{N_{t+1}}{q_t h_{t+1}} \right) \quad (6)$$

ただし、 $\chi' > 0$ かつ、 $\chi(\phi) = D$ である。 ϕ は定常状態での純資産比率を表す。

○ (異時点間の) 消費決定

前述のとおり、家計には二つのタイプが存在する。すなわち、リカード的家計と非リカード的家計である。

・ リカード的家計 (PIH)

リカード的家計は異時点間の最適化に基づいて消費と貯蓄の選択を行う。つまり、恒常所得仮説に基づいて消費を決定する。また、借入も貸出もリスクフリーレート R_t で行うことができる。よって、リカード的家計の最適化条件は次のようになる。

$$\max E_t \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k \left[\log C_{t+k}^p + \xi \log(1 - L_{t+k}^p) \right]$$

前記の最適化問題を解くと、次のような消費と労働供給についての条件式が導出される。

$$\frac{1}{C_t^p} = \beta E_t \left(\frac{1}{C_{t+1}^p} \right) R_{t+1} \quad (7)$$

$$w_t (1 - L_t^p) = \xi C_t^p \quad (8)$$

ただし、 w_t は実質賃金を表す。

・ 非リカード的家計 (Rule-of-thumb)

非リカード的家計は異時点間の最適化を行わず、貯蓄はせず、当期の収入をすべて当期の消費に費やす。すなわち、当期の労働収入と配当をすべて当期の消費に費やす。よって、非リカード的家計は以下のように表せられる。

$$C_t^r = w_t L_t^r + D_t \quad (9)$$

ここで D_t は消費者が住宅所有者から受け取った配当を表す。また、労働供給は以下のようになる。

$$w_t (1 - L_t^p) = \xi C_t^p \quad (10)$$

$0 < n < 1$ を経済におけるリカード的家計の割合とすると、総消費は以下のようになる。

$$C_t = n C_t^p + (1 - n) C_t^r \quad (11)$$

そして、消費財と住宅サービスに対する需要はそれぞれ次のようなる。

$$c_t = \gamma \left(\frac{P_{c,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \equiv \gamma X_{c,t}^{-\eta} C_t \quad (12)$$

$$h_t = (1 - \gamma) \left(\frac{P_{h,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \equiv (1 - \gamma) X^{-\eta_{h,t}} C_t \quad (13)$$

総労働供給は次のようになる。

$$L_t = nL_t^p + (1 - n)L_t^r \quad (14)$$

(8) 式から (10) 式より、賃金は以下のように決定される。

$$w_t(1 - L_t) = \xi C_t \quad (15)$$

○ 住宅生産者

住宅生産者は消費財を購入し、それを用いて新しい住宅を生産すると考える。具体的には、 I_t 単位の消費財を投資することで、 $h_{t+1} = \Phi\left(\frac{I_t}{h_t}\right)h_t$ 単位の住宅を生産する。言い換えると、住宅の推移は、

$$h_{t+1} = \Phi\left(\frac{I_t}{K_t}\right)K_t + (1 - \delta)K_t \quad (16)$$

と表現できる。そして均衡条件では、住宅価格 q_t は以下の条件を満たす。

$$\frac{q_t}{X_{c,t}} = \Phi'\left(\frac{I_t}{h_t}\right) \quad (17)$$

ただし、 $X_{c,t}$ は（一般物価に対する）消費財の相対価格を表す。

○ 消費財生産者

単純化のために資本量は固定とし、労働投入量のみ変化すると想定する。すると、生産関数は次のようなコブ＝ダグラス型で表現できる。

$$y_t(z) = A_t \bar{K}(z)^\alpha L_t(z)^{1-\alpha}$$

消費財の価格決定に関しては粘着性を導入する。具体的には Calvo(1983) 型の価格設定ルールを用いる。Calvo 型とは、各期において θ の割合の消費財生産者だけ価格を変更でき、残りの $1 - \theta$ の割合の生産者は価格をそのまま維持しなくてはならないものである。価格変更できる生産者をインデックス z で表すと、その価格変更できる生産者は次の式を最大化するよう価格を決定する。

$$E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \frac{\Lambda_{t,t+k}}{P_{t+k}} \left[p_t(z) y_{t+k}(z) - W_{t+k} L_{t+k}(z) \right]$$

ただし以下の需要条件の下で

$$y_{t+k}(z) = \left(\frac{p_t(z)}{p_{c,t+k}} \right)^{-\varepsilon} Y_{t+k}$$

ここで $\Lambda_{t,t+k}$ は、異時点間の代替率を表す。 Y_t は消費財に対する総需要を表す。総需要は消費、投資、政府支出の合計なので

$$Y_t = C_t + I_t + G_t$$

価格決定の最適化条件は次のように与えられる。

$$E_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \Lambda_{t,t+k} \left[\frac{P_{c,t+k}}{P_{t+k}} \left(\frac{p_t(z)}{P_{c,t+k}} \right)^{-\varepsilon} Y_{t+k} \left\{ \frac{p_t(z)}{P_{c,t+k}} - \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} mc_{t+k} \right\} \right] = 0$$

ここで mc_{t+k} は $t+k$ 期の消費財生産の限界費用を表し、次のように与えられる。

$$\frac{W_{t+k}}{P_{c,t+k}} \left(\frac{y_{t+k}(z)}{A_{t+k}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

○ 純資産ショック

3章で説明した家計にフィナンシャルアクセラレーターを導入したモデルにバブルを発生させた場合に、経済にどのような影響が生じるのか、またそのための最善の政策は何かを分析する。

そこで、バブルの代替物として純資産ショックを用いる。純資産ショックは Gilchrist and Leathy(2002) に基づく。すなわち、住宅所有者の純資産を外生的に変化させるようなショックを純資産ショックと定義する。純資産ショックをバブルの代替物とみなせてシミュレーションできる理由は次の二つである。

まず一つ目は、バブルの定義と関係する。つまり、1章で説明したようにバブルとは市場価格がファンダメンタルズから乖離した部分である。ファンダメンタルズとはモデルの構造によって内生的に決定されるものである。よって、バブルとはモデルによって構造的に捉えられない要因によって発生するものである。それは言い換えると、バブルとは外生的に発生するものであることを意味する。また、生的に発生したバブルによって資産価格が変化すると純資産も変化する。したがって、純資産が外生的に変化する純資産ショックはバブルの代替物とみなすことができる。

二つ目は、フィナンシャルアクセラレーターによる影響の経路に関係する。フィナンシャルアクセラレーターの経路は、資産価格の変化が純資産比率を変化させ、純資産比率の変化は財務状況の変化を意味するので外部資金調達プレミアムが変化する。外部資金調達プレミアムの変化は借入コストの変化を意味するので投資を変化させる。投資の変化は資産価格を変化させ、はじめの経路に戻る循環的な影響経路である。以上のような循環的な経路なので、バブルのように資産価格にショックが発生しても、純資産にショックが発生しても、その効果は同じである。したがって、純資産ショックをバブルの代替物として用いても、フィナンシャルアクセラレーター効果は同等にシミュレーション分析できる。

これまでに家計にフィナンシャルアクセラレーターを導入したモデルに純資産ショックを与えてバブルを近似した研究はなかった。

4 シミュレーション

本章では前章で紹介したモデルに純資産ショックを与えたシミュレーションを行う。具体的には、まず家計にフィナンシャルアクセラレーターを導入したモデルに純資産ショックを与えた場合に、各経済変数はどのように反応するかを分析する。それを踏まえて、次に純資産ショックの影響を緩和できる最適な金融政策は何かを考えていく。

4.1 モデルの解の導出方法

本稿で用いた一般均衡モデルは非線形であるため、定常状態の周りで対数線形近似をしてから計算を行う。対数線形近似とその後の計算は Sims (2002) の方法を用いた。モデルを対数線形近似した結果は Appendix に記載してある。Sims (2002) の方法では解の導出に際して、モデルの中のフォワード・ルッキングな変数の数と同じ数の行を持つ、予測誤差ベクトル η_t を新たに定義する。ただし $E_t \eta_{t+1} = 0$ である。対数線形近似したモデル式と予測誤差の式を合わせると、モデルは次のような行列で表せる。

$$\Gamma_0 \mathbf{s}_t = \Gamma_1 \mathbf{s}_{t-1} + \Psi \varepsilon_t + \Pi \eta_t$$

ただし、 $\mathbf{s}_t$ は t 期に決まる内生変数のベクトル、 ε_t は t 期に与える外生変数 (外生ショック) のベクトルであり、 $\Gamma_0, \Gamma_1, \Psi, \Pi$ はディープ・パラメータの係数行列である。ここで、均衡解が一意に定まるための Blanchard and Kahn 条件が満たされるならば、上記のモデルの行列表現を次のように変形できる。

$$\mathbf{s}_t = \Phi_1 \mathbf{s}_{t-1} + \Phi_0 \varepsilon_t$$

ここで、 Φ_1, Φ_0 はディープ・パラメータの関数である。この式を計算することでモデルの均衡解が求まる。

4.2 ディープ・パラメータの設定

Aoki, Proudman and Vlieghe (2002) に倣い、表 5 のようにディープ・パラメータを設定した。ただし、一部の定常値は 2007 年のアメリカ経済の実際のデータの値を用いた。

表 5: ディープ・パラメータの値

パラメータ	意味	値
c/Y	GDP に占める消費の割合の定常値	0.675125
I/Y	GDP に占める投資の割合の定常値	0.17777
G/Y	GDP に占める政府支出の割合の定常値	0.195943
n_p	リカード的家計の割合	0.6
c_w	非リカード的家計の消費に占める賃金の割合	0.3
η	住宅サービスと消費財の代替率の弾力性	1
γ	総消費に占める消費財消費の割合	0.87
ν	自己資本比率に対するプレミアムの弾力性	0.1
μ	住宅収益に関する係数	0.8
ψ	投資資本比率に対する住宅価格の弾力性	0.5
α	資本分配率	0.33
ξ	労働供給の負効用の弾力性	0.33
κ_1	フィリップスカーブにおける mc の係数	0.0858
β	割引率	0.99
δ	住宅の減価償却率	0.05
R_h	住宅資本からのリターンの定常状態値	2.02
ϕ	純資産比率の定常値	0.7
s	配当の調整速度	3
ρ_G	政府支出ショックの持続性	0.9
ρ_A	技術ショックの持続性	0.95

4.3 純資産ショックによるフィナンシャルアクセラレーター効果の分析

本節では前章で紹介した家計にフィナンシャルアクセラレーターを導入したモデルに負の純資産ショックを与えた場合に各経済変数がどのように反応するかを分析する。その分析結果より、本モデルは米国金融危機を分析するモデルとしては優れていることを示したい。なお、金融政策としては Bernake and Gertler(2000) を参考に、政策金利はインフレ率のみに反応するものを用いる。具

体的には次の式で表される。

$$\hat{R}_t^n = r_\pi \hat{\pi}_t$$

それでは負の純資産ショックを与えた場合の各経済変数の動きについて見ていく（結果は Appendix の図 28 に示す）。GDP はマイナスに反応している。ここでは GDP の構成要素である消費に注目して分析を行う。総消費はマイナスに反応しているが、その内訳であるリカード的家計の消費 (C^p) と非リカード的家計 (C^r) の動きを比べると対照的な反応している。リカード的家計の消費は負の純資産ショックにも関わらずプラスに反応している。その原因は実質利子率 (R) が減少していることにありと推定できる。つまり、異時点間の最適化行動に基づいて消費と貯蓄の選択を行うリカード的家計は、実質利子率が減少すると貯蓄するよりも現在消費することを選択するようになる。そのためリカード的家計の消費は増加している。それに対して、非リカード的家計の消費は大きく減少している。これは前章で説明したように、純資産の減少により配当が減少し、その結果当期の配当収入も含めたすべて収入を消費する非リカード的家計の消費が減少するフィナンシャルアクセレーター効果である。以上の消費に関する結果は、第 1 章で説明したように、米国金融危機では家計の中でも特にサブプライム層が消費を大きく減少した現実と適合している。なぜなら、サブプライム層は本モデルにおける非リカード的家計のようにあまり貯蓄を行わない家計とみなすことができるからである。よって、本モデルは米国金融危機を分析モデルとしては優れていると考えられる。

4.4 金融政策ルール

ここでは 4 つの金融政策を比較分析する。分析では前記した負の純資産ショックを与えた場合に、最も効果的にその影響を抑えることができる金融政策ルールを探す。検討する金融政策は以下の 4 式である。

- (1) インフレ率のみを考慮した金融政策ルール（ベンチマーク）

$$\hat{R}_t^n = r_\pi \hat{\pi}_t$$

- (2) 住宅価格を考慮した金融政策ルール

ベンチマークに住宅価格の定常状態からの乖離率 $\hat{q}_t$ を追加する。

$$\hat{R}_t^n = r_\pi \hat{\pi}_t + r_q \hat{q}_t$$

景気が過熱すると住宅価格は上昇すると考えられるので、住宅価格の係数 r_q は正の値とする。

(3) GDP の定常状態からの乖離率を考慮した金融政策ルール

ベンチマークに GDP の定常状態からの乖離率 (GDP ギャップ) $\hat{Y}_t$ を追加する。

$$\hat{R}_t^n = r_\pi \hat{\pi}_t + r_Y \hat{Y}_t$$

景気が過熱すると GDP ギャップは拡大すると考えられるので、GDP の係数 r_Y は正の値とする。

(4) 純資産を考慮した金融政策ルール

ベンチマークに純資産比率の定常状態からの乖離率 ($nwr_t = \hat{N}_t - (\hat{q}_{t-1} + \hat{h}_t)$) を追加する。

$$\hat{R}_t^n = r_\pi \hat{\pi}_t + r_{nwr} (\hat{N}_t - (\hat{q}_{t-1} + \hat{h}_t))$$

経済に負のショックが与えられると自己資本比率は減少するので、純資産比率の係数 r_{nwr} は正の値とする。

○最適な金融政策ルールの評価基準

上記の 4 つの金融政策ルールを比較する。金融政策の目的は物価の安定の実現を通じて持続的な成長に貢献することである (白川 (2008))。そこで最適な金融政策を決定する尺度として本分析では、GDP とインフレ率それぞれについての定常状態からの乖離率の二乗平均の加重和 (Root Mean Squared Error, 以降 RMSE と呼ぶ) を用いる。その値がゼロに近いほど経済はショックに対して安定的と解釈できるので、金融政策としては優れていると判断する。

$$RMSE = \sum_{t=1}^n \frac{\hat{Y}_t^2}{n} + \sum_{t=1}^n \frac{\hat{\pi}_t^2}{n}$$

尚、ベンチマークの RMSE は 6.47 である。

(1) 住宅価格の追加

住宅価格につく係数である r_π は、0 から 0.5 まで 0.1 ずつ変化させて RMSE が最小となった $r_\pi = 0.1$ とする。この場合、RMSE は 9.28 となり、ベンチマークよりも値が大きくなる。つまり住宅価格の変化にも金融政策を反応させるとベンチマークの場合よりも経済はショックに対して不安定である。

その原因を考えると、図 20 が示すように GDP ギャップの反応についてはベンチマークの場合と差はほとんど無いが、インフレ率に関してはベンチマークの場合よりも低下している。つまり、金融政策ルールに住宅価格を追加するとバブル崩壊のような負の純資産ショックに対してインフレ率は不安定になる。この結果は、Bernanke and Gertler(2000) において金融政策ルールに資産価格を追加した場合の方がインフレ率のみに金融政策を反応させる場合よりもバブルがインフレ率に与える影響が大きくなるという主張と同じ結論である。

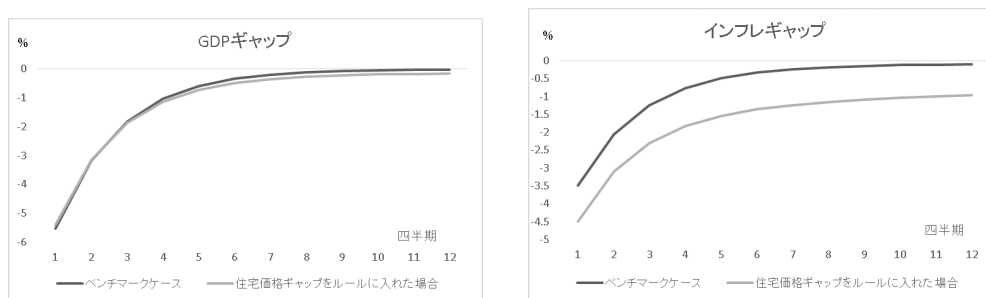


図 20: ベンチマークルールと住宅価格を入れたルールの比較

(2) GDP ギャップの追加

GDP ギャップにつく係数である r_Y は、0 から 0.5 まで変化させて RMSE が最小となった $r_Y = 0.5$ とする。この場合、RMSE は 2.12 となり、ベンチマークの値よりも小さくなっている。つまり、ベンチマークの金融政策に GDP ギャップを追加すると純資産ショックに対する経済の安定性は向上することが分かった。

RMSE が減少した原因を考えると、図 21 が示すように GDP ギャップについては、ベンチマークの場合は 6 % 近く減少していたが、GDP ギャップを追加した場合は約 3.5 % しか減少していなくショックの影響を緩和していることが分かる。インフレ率に関しても、ベンチマークでは 3 % 以上減少しているのに対して、GDP ギャップを追加した場合には約 2 % しか減少していない。

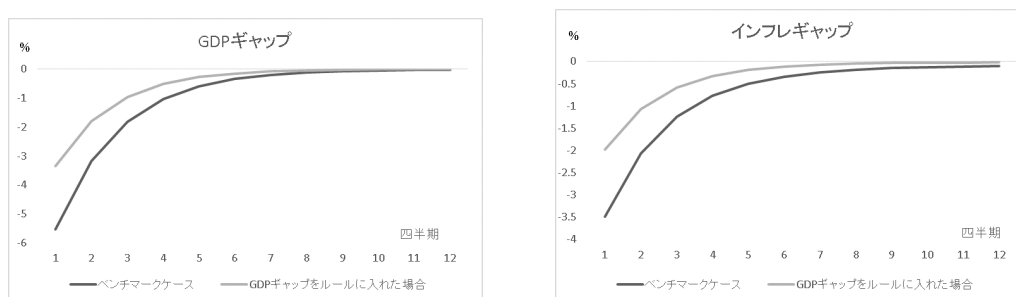


図 21: ベンチマークルールと GDP ギャップを入れたルールの比較

(3) 純資産比率の追加

純資産比率につく係数である r_{nwr} は、0 から 0.5 まで 0.1 ずつ変化させて RMSE が最小となった $r_{nwr} = 0.5$ とする。この場合、RMSE は 0.17 となりベンチマークよりも値より大幅に小さい。またこの RMS の値は今回検討した 4 つの金融政策の中でも最小である。よって、金融政策に純資産比率を追加した場合が純資産ショックに対して最も経済の安定性があることが分かった。

RMSE が減少した原因を考えると、図 22 が示すように GDP ギャップはほとんど低下しておらず、これはベンチマーク場合には約 5.5 % 低下していることを考えると大きく改善している。またインフレ率に関しても、約 0.5 % しか低下しておらず、ベンチマークの場合には約 3.5 % 低下していることを考えると大きく改善している。よって、金融政策ルールにプレミアムを追加することは GDP ギャップ、インフレ率両方の変数のショックに対する安定性を向上させることが分かった。

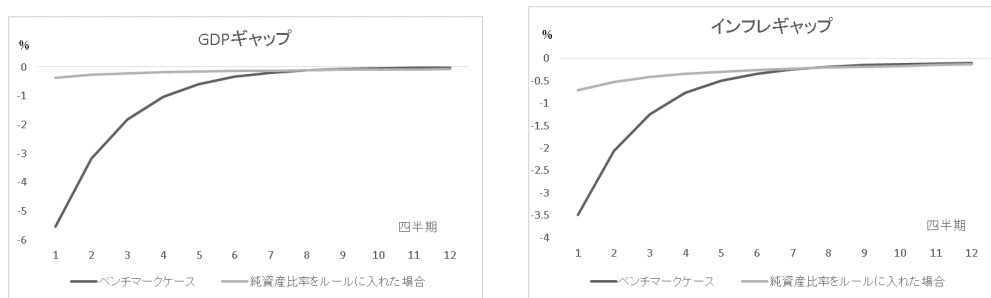


図 22: ベンチマークルールと純資産比率を入れたルールの比較

5 政策提言

前章のシミュレーション結果より、バブル崩壊のような負の純資産ショックに対する最適な金融政策は、インフレ率に加えて純資産比率も加えた政策運営であると提言する。本章では、純資産比率を金融政策ルールに加える時の具体的な指標と、その指標を金融政策ルールに追加するときの注意点を考えていきたい。

5.1 純資産の指標

純資産比率の大小によって借入者の信用力は変化する。つまり、純資産比率の大きいと信用力は高く、逆に純資産比率が低いと信用力は低い。信用力の差を表す指標として信用スプレッドが挙げられる。民間の経済主体はリスク・フリーレートで資金調達できているわけではない。信用スプレッドとは、民間債務に係る金利と国債金利の格差である(白川(2008))。そこで、家計が直面する資金調達コストと国債などの安全資産の金利とのスプレッドを純資産比率の代替指標として用いるべきである。実際、図 23 は米国の家計が直面する資金調達コストである消費者ローン ABS の対 LIBOR スプレッドは、リーマンブラザーズ破綻後、急激に拡大したことを示している(開発・黒住・寺西(2010))。よって、米国金融危機時にそのスプレッドの拡大を考慮した金融政策ルールを用いれば、前章のシミュレーション結果より経済への悪影響は緩和できると考えられる。

米国消費者ローン ABS の対 LIBOR スプレッド

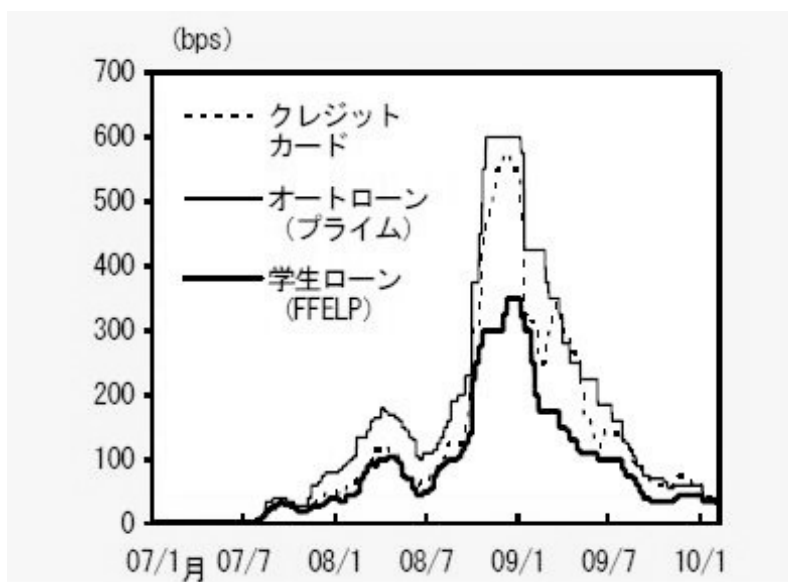


図 23: 開発・黒住・寺西 (2010) より

5.2 信用スプレッドを追加するときの注意点

信用スプレッドを金融政策ルールに追加する場合の注意点を開発・黒住・寺西 (2010) に基づいて説明したい。開発・黒住・寺西 (2010) によれば、信用スプレッドが拡大する要因としては金融要因のショックの場合と非金融要因のショックの場合の二つがある。米国金融危機のように金融要因のショックによってスプレッドが拡大した場合には、そのスプレッドを金融政策ルールに追加して政策金利を引き下げることが望ましい。しかし、非金融要因のショックによってスプレッドの変動している場合に、そのスプレッドを金融政策ルールに追加すると逆に経済が不安定になる可能性がある。例えば、技術進歩による生産の拡大から資金需要が増加し、貸出金利の上昇による政策金利とのスプレッドが拡大した場合、そのスプレッドの拡大に反応して金利を引き下げると、貸出がさらに増えてしまい景気を過熱させてしまう可能性がある (図 24 参考)。

以上から、信用スプレッドを金融政策ルールに追加する場合には、信用スプレッドの変化が金融要因のショックによるものなのか非金融要因のショックによるものなのかを考える必要がある。今回の米国金融危機のように住宅バブルが崩壊し金融機能が低下した場合には、信用スプレッドの拡大は金融要因のショックによるものと判断できるので、バブル崩壊直後の金融政策ルールに信用スプレッドを追加することは経済を安定化させるので望ましい。しかし、平時の経済では信用スプレッドの拡大が金融要因のショックによるものなのか非金融要因のショックによるものなのかの判断は難しい。よって、平時の経済では金融政策ルールに信用スプレッドを追加すべきではない。

貸出金利－政策金利スプレッドの変動要因による違い

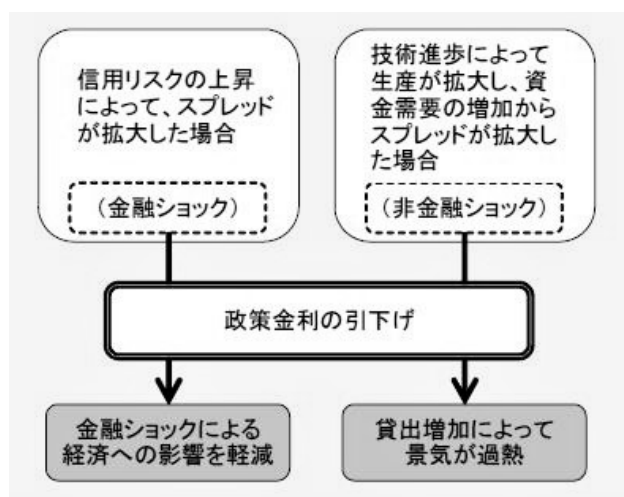


図 24: 開発・黒住・寺西 (2010) より

5.3 政策提言のまとめ

第4章のシミュレーション結果より、バブル崩壊のような負の純資産ショックに対して、最も経済を安定化させる金融政策はインフレ率に加えて純資産比率を加えた場合であることが分かった。本章では、まず純資産比率を代替する指標を検討し、借入者の信用力を反映する信用スプレッドを代替指標として用い、金融政策ルールに追加すべきであると提言する。またその時の注意点として、信用スプレッドを変化させる要因には金融要因のショックによるものと非金融要因のショックによるものがあり、非金融要因のショックによる信用スプレッドの拡大に金融政策が反応することは経済の安定性を損なう結果になるので、金融政策ルールに信用スプレッドを追加する場合は金融要因のショックの場合に限定すべきである。具体的には、バブル崩壊後の金融危機時には信用スプレッドを追加した金融政策ルールで政策運営をすべきだが、平時の経済状態では信用スプレッドを金融政策ルールに追加すべきではない。つまり、信用スプレッドを追加した金融政策ルールは金融危機時限定の時限ルールとすべきと提言する。

6 Appendix

6.1 TVP-VAR モデル

6.1.1 TVP-VAR モデルの詳細

TVP-VAR モデルを説明するにあたって (18) のようなパラメータ固定の構造 VAR モデルから始める。

$$A\mathbf{y}_t = F_1\mathbf{y}_{t-1} + \cdots + F_s\mathbf{y}_{t-s} + \mathbf{u}_t, \quad t = s+1, \dots, n. \quad (18)$$

ここで、 $\mathbf{y}_t$ は $k \times 1$ の変数ベクトル、 $A, F_1, \dots, F_s$ は $k \times k$ の係数行列である。誤差項 $\mathbf{u}_t$ は $k \times 1$ の構造ショックであり、 $\mathbf{u}_t \sim (0, \Sigma)$ に従う。ただし

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_k \end{pmatrix}.$$

である。また、 A は次の下三角行列であるとする。対角行列が 1 の下三角行列としたのは後に事変モデルに拡張した際、構造ショックの同時関係を識別できるよう、Sims (1980) により提唱されたりカーシブ制約をおくためである。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ a_{k1} & \cdots & a_{k,k-1} & 1 \end{pmatrix}.$$

(1) をこのままの形で推定しようとする、説明変数と誤差項が相関を持つ同時方程式バイアスが生じてしまうため、両辺に左から A^{-1} を掛け、次のような誘導系と呼ばれる形に変形する。

$$\mathbf{y}_t = B_1\mathbf{y}_{t-1} + \cdots + B_s\mathbf{y}_{t-s} + A^{-1}\Sigma\boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t = N(0, I_k).$$

ここで、全ての $i = 1, \dots, s$ に対して、 $B_i = A^{-1}F_i$ である。 B_i を横に並べた行列 $[B_1, \dots, B_s]$ の各要素を行ごとに縦に並べた列ベクトルを $\boldsymbol{\beta}(k^2s \times 1)$ とし、クロネッカー積を用いて $X_t = I_k \otimes (\mathbf{y}'_{t-1}, \dots, \mathbf{y}'_{t-s})$ とおくと、

$$\mathbf{y}_t = X_t\boldsymbol{\beta} + A^{-1}\Sigma\boldsymbol{\varepsilon}_t. \quad (19)$$

と書ける。もし、定数項を加える場合、

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{c}_t + B_1\mathbf{y}_{t-1} + \cdots + B_s\mathbf{y}_{t-s} + A^{-1}\Sigma\boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t = N(0, I_k).$$

として事変定数項 $\mathbf{c}_t$ を加え、 $[\mathbf{c}_t, B_1, \dots, B_s]$ の各要素を行ごとに縦に並べた列ベクトルを $\beta((k^2s + k) \times 1)$ とおき、 $X_t = I_k \otimes (\mathbf{1}, \mathbf{y}'_{t-1}, \dots, \mathbf{y}'_{t-s})$ とすればよい。

(19) 式の全てのパラメータは時間によって変動しないが、時間変動を認めて、これを次の TVP-VAR モデルに拡張する。

$$\mathbf{y}_t = X_t \beta_t + A_t^{-1} \Sigma_t \varepsilon_t, \quad t = s+1, \dots, n. \quad (20)$$

ここで、係数 β_t 、パラメータ A_t^{-1} 、 Σ_t は全て、時間によって変動する。これらの時間変動パラメータの推移を表す方法は多くあるが、ここでは最もよく使われる Primiceri (2005) の方法に倣って、 A_t の下三角行列に含まれる要素を行ごとに一列に並べたベクトルを $\mathbf{a}_t = (a_{21}, a_{31}, a_{32}, a_{41}, \dots, a_{k,k-1})'$ とし、 $t = s+1, \dots, n$ 時点での $j = 1, \dots, k$ 番目の Σ_t の対角成分 $h_{jt} = \log \sigma_{jt}^2$ に対して $\mathbf{h}_t = (h_{1t}, \dots, h_{kt})'$ とおいた。

(20) が次のようなランダムウォーク過程に従うとする。

$$\begin{aligned} \beta_{t+1} &= \beta_t + \mathbf{u}_{\beta t}, \quad \mathbf{a}_{t+1} = \mathbf{a}_t + \mathbf{u}_{at}, \quad \mathbf{h}_{t+1} = \mathbf{h}_t + \mathbf{u}_{ht}, \\ \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \mathbf{u}_{\beta t} \\ \mathbf{u}_{at} \\ \mathbf{u}_{ht} \end{pmatrix} &\sim N \left(0, \begin{pmatrix} I_k & O & O & O \\ O & \Sigma_\beta & O & O \\ O & O & \Sigma_a & O \\ O & O & O & \Sigma_h \end{pmatrix} \right), \quad t = s+1, \dots, n. \end{aligned}$$

ただし、 $\beta_{s+1} \sim N(\mu_{\beta 0}, \Sigma_{\beta 0})$, $\mathbf{a}_{s+1} \sim N(\mu_{a0}, \Sigma_{a0})$, $\mathbf{h}_{s+1} \sim N(\mu_{h0}, \Sigma_{h0})$ とする。^{*4}パラメータが $AR(1)$ のような定常過程ではなく、非定常なランダムウォーク過程によって決まるとしたのは、パラメータ数を節約するためである。

6.1.2 TVP-VAR モデルの推定方法

TVP-VAR モデルは構造ショックが複雑であり、最尤法による推計が困難であるため、Primiceri(2005) に倣ってマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法で推定を行う。 $\mathbf{y} = \{\mathbf{y}_t\}_{t=1}^n$ 、 $\omega = (\Sigma_\beta, \Sigma_a, \Sigma_h)$ とおく。 ω に対する事前分布を $\pi(\omega)$ とし、データ $\mathbf{y}$ を所与としたときの事後分布 $\pi(\beta, \mathbf{a}, \mathbf{h}, \omega | \mathbf{y})$ から以下の MCMC 法でサンプリングする。

^{*4} 事前分布についてはモデルの簡略化のために共分散行列が対角行列であると仮定した。以下の分布は共分散行列の第 i 対角要素の事前分布を表す。

$$(\Sigma_\beta)_i^{-2} \sim \text{Gamma}(20, 10^{-4}), \quad (\Sigma_a)_i^{-2} \sim \text{Gamma}(4, 10^{-4}), \quad (\Sigma_h)_i^{-2} \sim \text{Gamma}(20, 10^{-4})$$

また、時変パラメータの初期値については無情報事前分布を仮定し、 $\mu_{\beta 0} = \mu_{a0} = \mu_{h0} = 0$, $\Sigma_{\beta 0} = \Sigma_{a0} = \Sigma_{h0} = 10 \times I$ とした。

MCMC 法 :

1. $\beta, \mathbf{a}, \mathbf{h}, \omega$ の初期値を決める。
2. $\beta | \mathbf{a}, \mathbf{h}, \Sigma_\beta, \mathbf{y}$ からサンプリングする。
3. $\Sigma_\beta | \beta$ からサンプリングする。
4. $\mathbf{a} | \beta, \mathbf{h}, \Sigma_a, \mathbf{y}$ からサンプリングする。
5. $\Sigma_a | \mathbf{a}$ からサンプリングする。
6. $\mathbf{h} | \beta, \mathbf{a}, \Sigma_h, \mathbf{y}$ からサンプリングする。
7. $\Sigma_h | \mathbf{h}$ からサンプリングする。
- 8.2 に戻る。

ここで、例えば $\beta | \mathbf{a}, \mathbf{h}, \Sigma_\beta, \mathbf{y}$ は $(\mathbf{a}, \mathbf{h}, \Sigma_\beta, \mathbf{y})$ を所与としたときの β の条件付分布を表す。

次に各ステップのサンプリングの方法を説明する。サンプリングの方法はいくつか存在するが、本稿では Nakajima(2011) を参考にしたものを使用する。以降では状態空間モデルやベイズ推計の基礎的な説明は省略して記述する。状態空間モデルやベイズ推計の基礎的な説明は、例えば Petris G, Petrone S and Campagnoli P (2009)などを参照されたい。

1. β のサンプリング

状態変数 β_t に関する状態空間モデルを次のように設定する。

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= X_t \beta_t + A_t^{-1} \Sigma_t \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad t = s+1, \dots, n, \\ \beta_{t+1} &= \beta_t + \mathbf{u}_{\beta t}, \quad t = s, \dots, n-1, \end{aligned}$$

ここで、 $\beta_s = \boldsymbol{\mu}_{\beta 0}$ 、 $\mathbf{u}_{\beta s} \sim N(O, \Sigma_{\beta 0})$ とする。方程式が線形で、かつ誤差項が正規分布に従う状態空間モデルであるため、Jong ana Shephard (1995) による simulation smoother を使って β のサンプリングをすることができる。simulation smoother についての詳細は後述する。

2. $\mathbf{a}$ のサンプリング

simulation smoother の実装のために、 $\mathbf{a}_t$ に関する状態空間モデルを次のように設定する。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}_t &= \hat{X}_t \mathbf{a}_t + \Sigma_t \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad t = s+1, \dots, n, \\ \mathbf{a}_{t+1} &= \mathbf{a}_t + \mathbf{u}_{at}, \quad t = s, \dots, n-1, \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{a}_s = \boldsymbol{\mu}_{a0}$ 、 $\mathbf{u}_{as} \sim N(O, \Sigma_{a0})$ 、 $\hat{\mathbf{y}}_t = \mathbf{y}_t - X_t \beta_t$ 、

$$\hat{X}_t = \begin{pmatrix} 0 & \dots & & & 0 \\ -\hat{\mathbf{y}}_{1t} & 0 & 0 & \dots & \vdots \\ 0 & -\hat{\mathbf{y}}_{1t} & -\hat{\mathbf{y}}_{2t} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & -\hat{\mathbf{y}}_{1t} & \dots \\ \vdots & & & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & & 0 & -\hat{\mathbf{y}}_{1t} & \dots & -\hat{\mathbf{y}}_{k-1,t} \end{pmatrix}, \quad t = s+1, \dots, n.$$

とする。simulation smoother を使って $\mathbf{a}$ のサンプリングを行う。

3. $\mathbf{h}$ のサンプリング

確率的分散である $\mathbf{h}$ のサンプリングのために、 $j(=1, \dots, k)$ ごとに $\{h_{jt}\}_{t=s+1}^n$ の推定を行う。これは Σ_h 、 Σ_{h0} が対角行列であることから可能となる。 $A_t \hat{\mathbf{y}}_t$ の i 番目の要素を y_{it}^* とすると、 y_{it}^* は次のように表わせる。

$$\begin{aligned} y_{it}^* &= \exp(h_{it}/2)\varepsilon_{it}, \quad t = s+1, \dots, n, \\ h_{i,t+1} &= h_{it} + \eta_{it}, \quad t = s, \dots, n-1, \\ \begin{pmatrix} \varepsilon_{it} \\ \eta_{it} \end{pmatrix} &\sim N\left(0, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & v_i^2 \end{pmatrix}\right), \end{aligned}$$

ここで、 $\eta_{us} \sim N(0, v_{i0}^2)$ 、 v_i^2 と v_{i0}^2 はそれぞれ Σ_h と Σ_{h0} の i 番目の対角要素である。また、 η_{it} は $\mathbf{u}_{ht}$ の第 i 要素である。 $(h_{i,s+1}, \dots, h_{in})$ のサンプリングは Watanabe and Oomori (2004) の multi-move sampler を用いて行う。multi-move sampler についての詳細は後述する。

4. ω のサンプリング

β を所与としたときの Σ_β の条件付き条件付き事前分布は $\Sigma_\beta | \omega \sim IW(\hat{n}, \hat{S})$ となる。ただし、 $\hat{n} = n_0 + n - s - 1$ 、 $\hat{S}^{-1} = S_0^{-1} + \Sigma_{t=s+1}^{n-1} (\beta_{t+1} - \beta_t)(\beta_{t+1} - \beta_t)'$ である。次に、 $\gamma \in \{\mathbf{a}, \mathbf{h}\}$ について、 $\mathbf{a}$ および $\mathbf{h}$ を所与としたときの $\omega_{\gamma i}$ の条件付事後分布は、 $\omega_{\gamma i} | \gamma \sim IG(\hat{v}_\gamma/2, \hat{V}_{\gamma i}/2)$ となる。ただし、 $\hat{v}_\gamma = v_{\gamma 0} + n - s - 1$ 、 $\hat{V}_{\gamma i} = \hat{V}_{\gamma 0} + \Sigma_{t=s+1}^{n-1} (\gamma_{i,t+1} - \gamma_{it})$ である。

6.1.3 Simulation Smoother

Jang and Shephard (1995) の方法で、simulation smoother を説明する。以下の線形ガウス状態空間モデルを考える。

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{Z}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{G}_t \mathbf{u}_t, \quad t = 1, \dots, n, \\ \boldsymbol{\alpha}_{t+1} &= \mathbf{T}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{H}_t \mathbf{u}_t, \quad t = 0, \dots, n-1. \end{aligned} \tag{21}$$

ただし、 $\boldsymbol{\alpha}_0 = \mathbf{O}$ 、 $\mathbf{u}_t \sim N(\mathbf{O}, \mathbf{I})$ 、 $\mathbf{G}_t \mathbf{H}_t' = \mathbf{O}$ とする。はじめに、 $\boldsymbol{\alpha}_1 = \mathbf{O}$ 、 $\mathbf{P}_1 = \mathbf{H}_0 \mathbf{H}_0'$ とおき、次の Kalman filter を $t = 1, \dots, n$ で順次計算する。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}_t &= \mathbf{y}_t - \mathbf{Z}_t \mathbf{z}_t, \quad \mathbf{D}_t = \mathbf{Z}_t \mathbf{P}_t \mathbf{Z}_t' + \mathbf{G}_t \mathbf{G}_t', \quad \mathbf{K}_t = \mathbf{T}_t \mathbf{P}_t \mathbf{Z}_t' \mathbf{D}_t^{-1}, \\ \mathbf{Q}_t &= \mathbf{T}_t - \mathbf{K}_t \mathbf{Z}_t, \quad \mathbf{z}_{t+1} = \mathbf{T}_t \mathbf{z}_t + \mathbf{K}_t \boldsymbol{\xi}_t, \quad \mathbf{P}_{t+1} = \mathbf{T}_t \mathbf{P}_t \mathbf{Q}_t' + \mathbf{H}_t \mathbf{H}_t' \end{aligned}$$

次に、 $\mathbf{r}_n = \mathbf{U}_n = \mathbf{O}$ 、 $\boldsymbol{\Lambda}_t = \mathbf{H}_t \mathbf{H}_t'$ として、以下の simulation smoother を $t = n, n-1, \dots, 1$ で順

次計算する。

$$C_t = \Lambda_t - \Lambda_t U_t \Lambda_t, \quad \boldsymbol{\eta}_t = \Lambda_t \mathbf{r}_t + \boldsymbol{\epsilon}_t, \quad \boldsymbol{\epsilon}_t \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{C}_t), \quad V_t = \Lambda_t U_t Q_t, \\ \mathbf{r}_{t-1} = Z_t' D_t^{-1} \boldsymbol{\xi}_t + Q_t' \mathbf{r}_t - V_t' C_t^{-1} \boldsymbol{\epsilon}_t, \quad U_{t-1} = Z_t' D_t^{-1} Z_t + Q_t' U_t Q_t + V_t' C_t^{-1} V_t.$$

最後に、 $\boldsymbol{\eta}_0 = \Lambda_0 \mathbf{r}_0 + \boldsymbol{\epsilon}_0$, $C_0 = \Lambda_0 - \Lambda_0 U_0 \Lambda_0$, $\boldsymbol{\epsilon}_0 \sim N(\mathbf{0}, C_0)$ を計算する。状態方程式 (21) で $\boldsymbol{\eta}_t = H_t \mathbf{u}_t$ を代入して $t = 1, \dots, n$ で順次 $\boldsymbol{\alpha}_t$ を計算する。ここで発生した $\boldsymbol{\eta} = (\boldsymbol{\eta}_0, \dots, \boldsymbol{\eta}_n)$ は、モデル内パラメータ (Θ とおく) が全て所与とされたときの同時事後分布 ($\boldsymbol{\eta} | \Theta, \mathbf{y}$) の確率変数である。

1. $\boldsymbol{\beta}$ のサンプリングの場合

$$Z_t = X_t, \quad G_t = (A_t^{-1} \Sigma_t, O_{k_\beta}), \quad T_t = I_{k_\beta}, \\ H_t = (O_k, \Sigma_\beta^{1/2}), \quad H_0 = (O_k, \Sigma_{\beta 0}^{1/2}),$$

と置き換える。ただし、 k_β は $\boldsymbol{\beta}_t$ の次数である。

2. $\mathbf{a}$ のサンプリングの場合

$$Z_t = \hat{X}_t, \quad G_t = (\Sigma_t, O_{k_a}), \quad T_t = I_{k_a}, \\ H_t = (O_k, \Sigma_a^{1/2}), \quad H_0 = (O_k, \Sigma_{a 0}^{1/2}),$$

と置き換える。ただし、 k_a は $\mathbf{a}_t$ の次数である。

6.1.4 Multi-move Sampler

Shephard and Pitt(1997) を修正した Watanabe and Oomori (2004) の方法に基づいて multi-move sampler を説明する。以下のようなモデルを考える。

$$y_t^* = \exp(h_t/2) e_t, \quad t = 1, \dots, n, \\ h_{t+1} = \phi h_t + \eta_t, \quad t = 0, \dots, n-1,$$

$$\begin{pmatrix} e_t \\ \eta_t \end{pmatrix} \sim N \left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sigma_\eta^2 \end{pmatrix} \right), \quad t = 1, \dots, n,$$

ここで、 $y_t^* = (y_t - x_t'\beta - z_t'\alpha_t)/\sqrt{\gamma}$, $h_0 = 0$, $\eta_0 \sim N(0, \sigma_\eta^2/(1 - \phi^2))$ である。 $r \geq 1$, $s \geq 1$, $r + d \leq n$ のときの同時事後分布から $(h_r, \dots, h_{r+d})$ をサンプリングするために、以下を考える。

$$(\eta_{r-1}, \dots, \eta_{r+d-1}) \sim \pi(\eta_{r-1}, \dots, \eta_{r+d-1} | \omega)$$

$$\propto \prod_{t=r}^{r+d} \frac{1}{e^{h_t/2}} \exp\left(-\frac{y_t^{*2}}{2e^{h_t}}\right) \times \prod_{t=r-1}^{r+d-1} f(\eta_t) \times f(\eta_{r+d}), \quad (22)$$

ここで、

$$f(\eta_t) = \begin{cases} \exp\left\{-\frac{(1-\phi^2)\eta_0^2}{2\sigma_\eta^2}\right\} & (if \ t = 0), \\ \exp\left(-\frac{\eta_t^2}{2\sigma_\eta^2}\right) & (if \ t \geq 1), \end{cases}$$

$$f(h_{r+d}) = \begin{cases} \exp\left\{-\frac{(h_{r+d+1} - \phi h_{r+d})^2}{2\sigma_\eta^2}\right\} & (if \ r + d < n), \\ 1 & (if \ r + d = n), \end{cases}$$

$$\omega = (h_{r-1}, h_{r+d-1}, \beta, \gamma, \phi, \sigma_\eta, \alpha, y)$$

である。 $(h_r, \dots, h_{r+d})$ は h_{r-1} を所与としたときの $(\eta_{r-1}, \dots, \eta_{r+d-1})$ のサンプリング結果をもとに、状態方程式を解くことで得られる事後分布からサンプリングできる。

$(\eta_{r-1}, \dots, \eta_{r+d-1})$ は以下で求める提案分布 (proposal distribution) をもとに、Acceptance-Rejection Metropolis-Hastings (AR-MH) アルゴリズム (詳しくは Tierney (1994) や Chib and Greenberg (1995) 等を参照) を使うことで (22) の分布からサンプリングできる。

AR-MH アルゴリズム;

1. $n = 1$ とする。
2. 提案分布 $g(\mathbf{x})$ からサンプリングを行い、得られた $\mathbf{x}$ を使って受容確率 p を次のように計算する。

$$p = \min \left[\frac{f(\mathbf{x})}{cg(\mathbf{x})}, 1 \right]$$

ただし、 c は正の定数である。

3. 2 で得られた値 $\mathbf{x}$ を確率 p で受容し、確率 $1 - p$ で棄却する。受容された場合には、 $\mathbf{x}^{(proposal)} = \mathbf{x}$ とおき、4 に進む。棄却された場合には 2 に戻る。

4. 受容確率 q を以下のように計算する。

a. $f(\mathbf{x}_{n-1}) < cq(\mathbf{x}_{n-1})$ ならば、 $q = 1$,

b. $f(\mathbf{x}_{n-1}) \geq cq(\mathbf{x}_{n-1})$ かつ $f(\mathbf{x}^{(proposal)}) < cg(\mathbf{x}^{(proposal)})$ ならば、 $q = \frac{cg(\mathbf{x}_{n-1})}{f(\mathbf{x}_{n-1})}$,

c. $f(\mathbf{x}_{n-1}) \geq cq(\mathbf{x}_{n-1})$ かつ $f(\mathbf{x}^{(proposal)}) \geq cg(\mathbf{x}^{(proposal)})$ ならば、

$$q = \min \left[\frac{f(\mathbf{x}^{(proposal)})g(\mathbf{x}_{n-1})}{f(\mathbf{x}_{n-1})g(\mathbf{x}^{(proposal)})}, 1 \right].$$

5. $\mathbf{x}^{(proposal)}$ を確率 q で受容し、確率 $1 - q$ で棄却する。受容された場合には、 $\mathbf{x}_n = \mathbf{x}^{(proposal)}$ とする。棄却された場合には $\mathbf{x}_n = \mathbf{x}_{n-1}$ とする。

6. $n < N$ であれば $n = n + 1$ として 2 に戻る。 $n = N$ であれば、終了する。

提案分布の作成にあたり、まずは

$$g(h_t) \equiv -\frac{h_t}{2} - \frac{y_t^{*2}}{2e^{h_t}},$$

について、ある $h_t = \hat{h}_t$ のまわりで 2 次のテーラー展開を行う。テーラー展開の結果は以下のようになる。

$$\begin{aligned} g(h_t) &\approx g(\hat{h}_t) + g'(\hat{h}_t)(h_t - \hat{h}_t) + \frac{1}{2}g''(\hat{h}_t)(h_t - \hat{h}_t)^2 \\ &\propto \frac{1}{2}g''(\hat{h}_t) \left\{ h_t - \left(\hat{h}_t - \frac{g'(\hat{h}_t)}{g''(\hat{h}_t)} \right) \right\}. \end{aligned}$$

ここで、 $g(\hat{h}_t)$ をそれぞれ 1 回、2 回微分した結果は次のようになる。

$$g'(\hat{h}_t) = -\frac{1}{2} + \frac{y_t^{*2}}{2e^{\hat{h}_t}}, \quad g''(\hat{h}_t) = -\frac{y_t^{*2}}{2e^{\hat{h}_t}}.$$

以下のような分布を提案分布として使用する。

$$cq(\eta_{r-1}, \dots, \eta_{r+d-1} | \boldsymbol{\omega}) \propto \prod_{t=r}^{r+d} \exp \left\{ -\frac{(h_t^* - h_t)^2}{2\sigma_t^{*2}} \right\} \times \prod_{t=r-1}^{r+d-1} f(\eta_t)$$

ここで、 $t = r, \dots, r + d - 1$ または、 $t = r + d = n$ のとき

$$\sigma_t^{*2} = -\frac{1}{g''(\hat{h}_t)}, \quad h_t^* = \hat{h}_t + \sigma_t^{*2}g'(\hat{h}_t), \quad (23)$$

である。また、 $t = r + d$ かつ $r + d < n$ のとき、

$$\sigma_{r+d}^{*2} = -\frac{1}{-g''(\hat{h}_{r+d}) + \phi^2/\sigma_\eta^2}, \quad (24)$$

$$h_{r+d}^* = \sigma_{r+d}^{*2} \{g'(\hat{h}_{r+d}) - g''(\hat{h}_{r+d})\hat{h}_{r+d} + \phi h_{r+d+1}/\sigma_\eta^2\}. \quad (25)$$

となる。次の状態空間モデルと対応することから、この提案分布を選択することができる。

$$\begin{aligned} h_t^* &= h_t + \xi_t, \quad t = r, \dots, r + d, \\ h_{t+1} &= \phi h_t + \eta_y, \quad t = r - 1, \dots, r + d - 1, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{pmatrix} \zeta_t \\ \eta_t \end{pmatrix} \sim N \left(O, \begin{pmatrix} \sigma_t^{*2} & 0 \\ 0 & \sigma_\eta^2 \end{pmatrix} \right), \quad t = r, \dots, r + d,$$

ただし、 $r \geq 2$ のとき $\eta_{r-1} \sim N(0, \sigma_\eta^2)$ 、 $r = 1$ のとき $\eta_0 \sim N(0, \sigma_\eta^2/(1 - \phi^2))$ である。 ω を所与としたとき、状態空間モデル (26) の上で simulation smoother を行うことで、AH-MH アルゴリズムに対しての候補点 $(\eta_{r-1}, \dots, \eta_{r+d-1})$ をサンプリングすることができる。 $(\hat{h}_r, \dots, \hat{h}_{r+d})$ を求めるが、効率的なサンプリングのため、事後分布の最頻値付近の値をとるのに十分なだけ以下のステップを繰り返す。

1. $(\hat{h}_r, \dots, \hat{h}_{r+d})$ の初期値を決める。
2. (23)、(25) から $(h_r^*, \dots, h_{r+d}^*)$, $(\sigma_r^{*2}, \dots, \sigma_{r+d}^{*2})$ を計算する。
3. 最新の $(h_r^*, \dots, h_{r+d}^*)$, $(\sigma_r^{*2}, \dots, \sigma_{r+d}^{*2})$ を使って (6) で moment smoother を行い、 $t = r, \dots, r + d$ に対して $\hat{h}_t^* \equiv E(h_t|\omega)$ を求める。
4. $(\hat{h}_r, \dots, \hat{h}_{r+d})$ を $(h_r^*, \dots, h_{r+d}^*)$ で置換する。
5. 2 に戻る。

ここで、 $E(h_t|\omega)$ は $\epsilon_t = 0$ のときの $\Lambda_t r_t$ についての simulation smoother の結果である。 $(h_1, \dots, h_n)$ を $K + 1$ 個のブロックに分割し、 $i = 1, \dots, K + 1$ に対して $(h_{k_{i-1}+1}, \dots, h_{k_i})$ とおく。ただし、 $k_0 = 0$, $k_{K+1} = n$ である。個々のブロックについてそれぞれサンプリングを行う。また、ここで、Shephard and Pitt (1997) らが提唱した stochastic knots により、 $i = 1, \dots, K$ に対して $k_i = \text{int}[n(i + U_i)/(K + 2)]$ を計算する。ただし U_i は一様分布 $U[0, 1]$ からランダムにサンプリングし、 $\text{int}[x]$ は x にもっとも近い整数値を表す。 $(h_1, \dots, h_n)$ を偏りなく抽出するため、MCMC の繰り返しごとに $k_1, \dots, k_K$ をランダムに選びなおす。

6.1.5 TVP-VAR モデルの推定結果

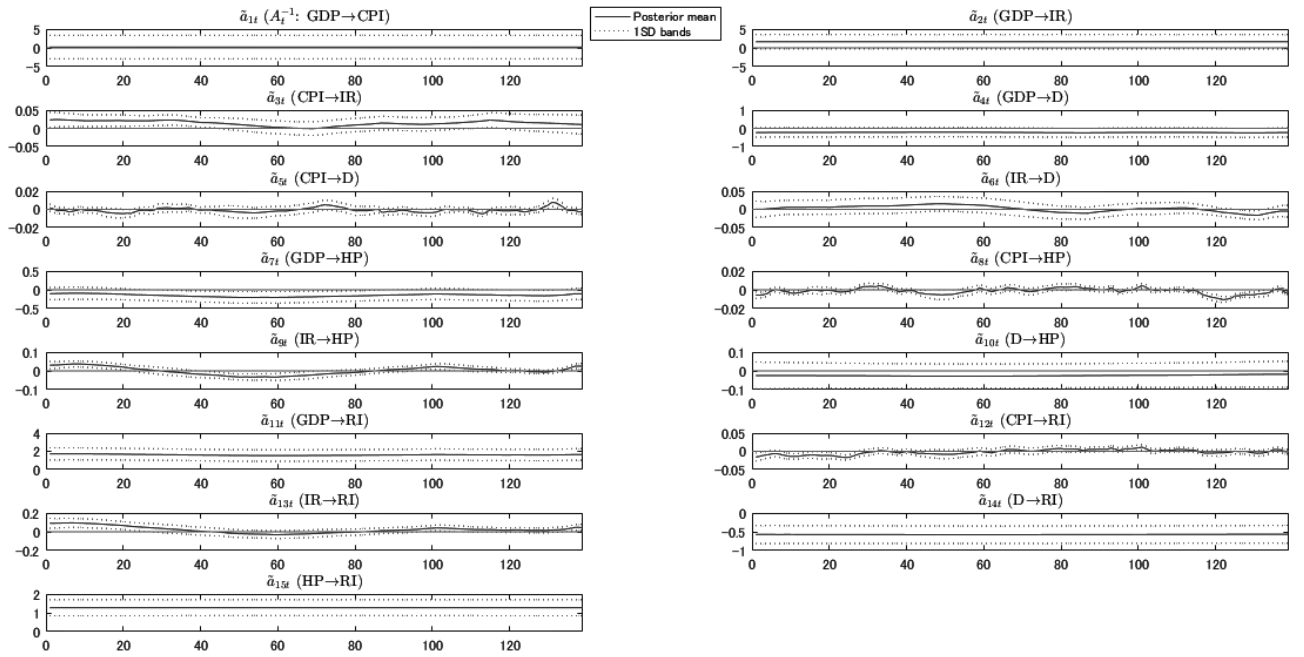


図 25: A_t^{-1} の推定値。事後平均 (実線) と ± 1 標準偏差 (破線)

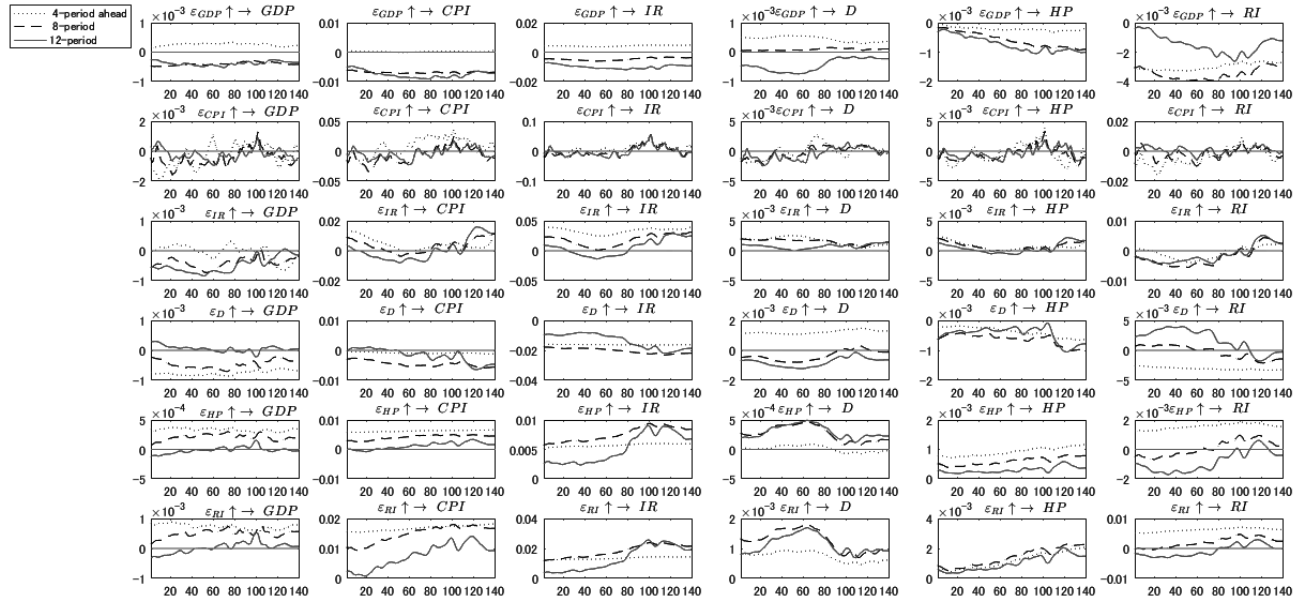


図 26: インパルス応答関数の事後平均。ショックから 1 年後 (点線)、2 年後 (破線)、3 年後 (実線) のインパルスレスポンス。横軸は四半期 (1980Q1-2014Q4)

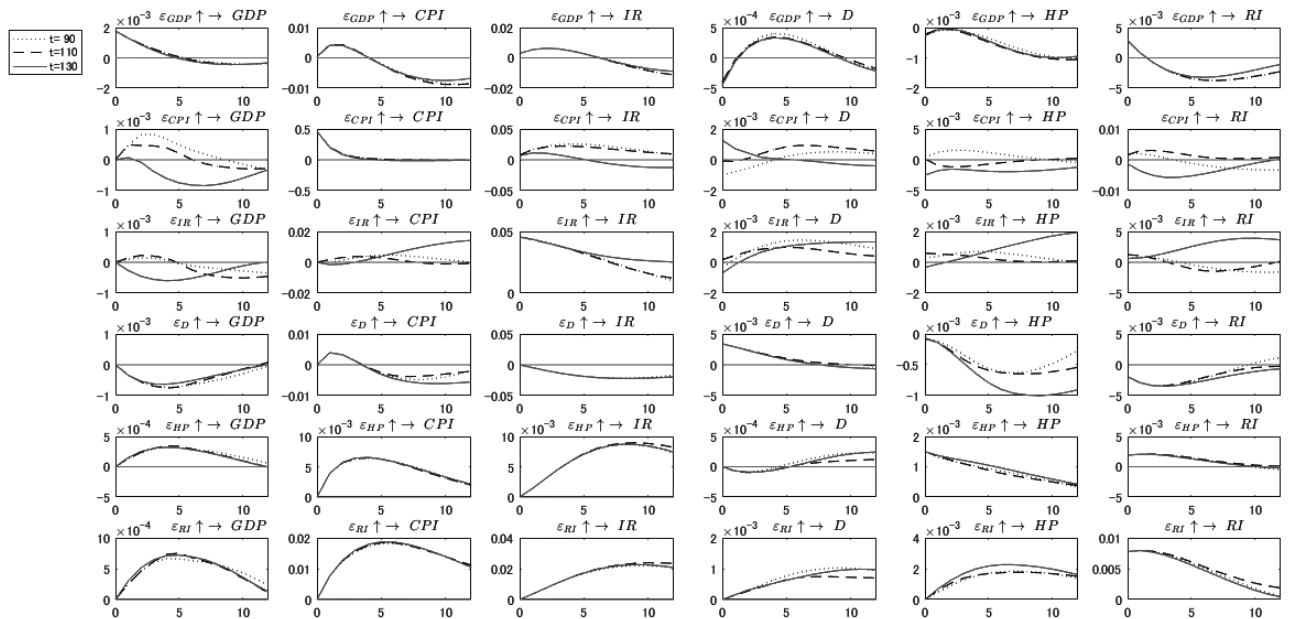


図 27: インパルス応答関数。2002 年の Q2(点線)、2007 年の Q2(破線)、2012 年の Q2(実線) における事後メディアンインパルスレスポンス。横軸はショックからの経過時間 (四半期)

6.2 対数線形近似の結果

ここでは本論文で用いたモデル式を対数線形近似した式を載せる。

$$\cdot \text{消費財の需給一致条件: } \hat{Y}_t = \frac{c}{Y} \hat{c}_t + \frac{I}{Y} \hat{I}_t + \frac{G}{Y} \hat{G}_t \quad (27)$$

$$\cdot \text{総消費: } \hat{C}_t = n_p \hat{C}_t^p + (1 - n_p) \hat{C}_t^r \quad (28)$$

$$\cdot \text{リカード的家計の消費: } \hat{C}_t^p = E_t \hat{C}_{t+1}^p - \hat{R}_{t+1} \quad (29)$$

$$\cdot \text{非リカード的家計の消費: } \hat{C}_t^r = c_w \hat{w}_t + (1 - c_w) \hat{D}_t \quad (30)$$

$$\cdot \text{消費財需要: } \hat{c}_t = \hat{C}_t - \eta \hat{X}_{c,t} \quad (31)$$

$$\cdot \text{住宅サービス需要: } \hat{h}_t = \hat{C}_t - \eta \hat{X}_{h,t} \quad (32)$$

$$\cdot \hat{X}_{c,t} = -\frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{X_h^{1-\eta}}{X_c^{1-\eta}} \hat{X}_{h,t} \quad (33)$$

$$\cdot \text{フィナンシャルアクセラレーター: } E_t \hat{R}_{h,t+1} = \hat{R}_{t+1} - v \left\{ \hat{N}_{t+1} - \left(\hat{q}_t + \hat{h}_{t+1} \right) \right\} \quad (34)$$

$$\cdot \text{住宅購入による収益: } \hat{R}_{h,t+1} = (1 - \mu) \hat{X}_{h,t+1} + \mu \hat{q}_{t+1} - \hat{q}_t \quad (35)$$

$$\cdot \text{住宅価格決定式: } \hat{q}_t = \psi \left(\hat{I}_t - \hat{h}_t \right) + \hat{X}_{c,t} \quad (36)$$

$$\cdot \text{消費財供給: } \hat{y}_t = \hat{A}_t + (1 - \alpha) \hat{L}_t \quad (37)$$

$$\cdot \text{労働市場均衡条件式 (1): } m \hat{c}_t = \hat{w}_t + \frac{1}{1-\alpha} \hat{Y}_t - \frac{1}{1-\alpha} \hat{A}_t + \hat{X}_{c,t} \quad (38)$$

$$\cdot \text{労働市場均衡条件式 (2): } \hat{w}_t = \hat{C}_t + \xi \hat{L}_t \quad (39)$$

$$\cdot \text{フィリップス曲線: } \hat{\pi}_{c,t} = \kappa_1 m \hat{c}_t + \beta E_t \hat{\pi}_{c,t+1} \quad (40)$$

$$\cdot \text{住宅資本の推移式: } \hat{h}_{t+1} = \delta \hat{I}_t + (1 - \delta) \hat{h}_t \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \cdot \text{純資産推移式: } \hat{N}_{t+1} &= R_h \hat{V}_t - (R_h - 1) \hat{D}_t - \varepsilon_{N,t+1} \\ &= R_h \left[(1 + \phi) \hat{R}_{h,t} + \phi v (\hat{q}_{t-1} + \hat{h}_t) + (1 + \phi v) \hat{N}_t - \phi \hat{R}_t \right] - (R_h - 1) \hat{D}_t - \varepsilon_{N,t+1} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\cdot \text{配当決定ルール: } \hat{D}_t = s \left(\hat{N}_{t+1} - \left(\hat{q}_t + \hat{h}_{t+1} \right) \right) \quad (43)$$

$$\cdot \text{金融政策ルール (ベース): } \hat{R}_t^n = r_\pi \hat{\pi}_t \quad (44)$$

$$\cdot \text{フィッシャー方程式: } R_{t+1}^n = R_{t+1} + E_t \pi_{t+1} \quad (45)$$

$$\cdot \text{政府支出: } \hat{G}_t = \rho_G \hat{G}_{t-1} \quad (46)$$

$$\cdot \text{技術進歩: } \hat{A}_t = \rho_A \hat{A}_{t-1} \quad (47)$$

$$\begin{aligned}
n_p &\equiv n \frac{C^p}{C}, & c_w &\equiv \frac{wL^r}{C} \\
v &\equiv \frac{f'(\phi)}{f(\phi)}\phi, & \mu &\equiv \frac{X_h}{X_h - (1 - \delta)} \\
s &\equiv \frac{\chi'(\phi)}{\chi(\phi)}\phi, & \psi &\equiv \frac{(\Phi(\frac{I}{h})^{-1})'}{(\Phi(\frac{I}{h})^{-1})''} \\
\kappa_1 &\equiv \left(\frac{1 - \theta}{\theta} \right) (1 - \theta\beta)
\end{aligned}$$

6.3 負の純資産ショックの効果

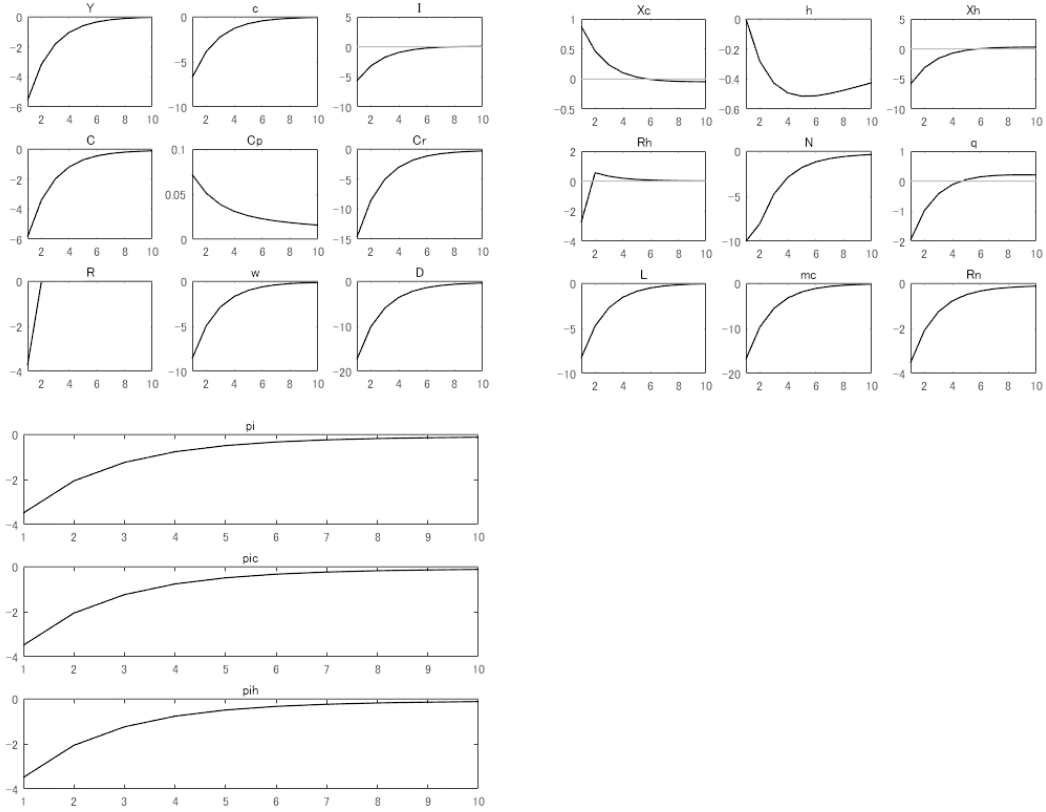


図 28: 負の純資産ショックの効果 (ベンチマークケース)

参考文献

- [1] アティフ・ミアン/アミール・サフィ (2015) 『ハウス・オブ・デット』 東洋経済新報社
- [2] 植田和男 (2010) 『世界金融・経済危機の全貌一原因・波及・政策対応』 慶應義塾大学出版会株式会社
- [3] 植林茂 (2012) 『金融危機と政府・中央銀行』 日本経済評論社
- [4] 江口允崇 (2011) 『動学的一般均衡モデルによる財政政策の分析』 三菱総合研究所
- [5] 沖本竜義 (2010) 『経済・ファイナンスデータの計量時系列分析』 朝倉書店
- [6] 翁邦雄 (2011) 『ポスト・マネタリズムの金融政策』 日本経済新聞出版社
- [7] 開発荘平・黒住卓司・寺西勇生 (2010) 『今次金融危機の経験を踏まえた金融政策ルールの拡張について』 日銀レビュー 2010-J-6
- [8] 小林正宏、大類雄司 (2008) 『世界金融危機はなぜ起こったか: サブプライム問題から金融資本主義の崩壊へ』 東洋経済新報社
- [9] 斎藤雅士・福永一郎 (2008) 『資産価格と金融政策: 動学的一般均衡モデルによる分析と展望』 日本銀行金融研究所
- [10] 桜健一・佐々木仁・肥後雅博 (2005) 「1990 年代以降の日本の経済変動」 日銀ワーキングペーパー 05-J-10
- [11] 白川方明 (2008) 『現代の金融政策 理論と実際』 日本経済新聞出版社
- [12] 滝川好夫 (2010) 『サブプライム危機: 市場と政府はなぜ誤ったか』 ミネルヴァ書房
- [13] Aoki, Kousuke, Proudman, J and Vlieghe, G (2002) “ House prices, consumption, and monetary policy: a financial accelerator approach” Bank of England
- [14] Bernanke, Ben S.(2004) “ The Great Moderation,” At the meeting of the Eastern Economic Association, Washington, D.C.
- [15] Bernanke, B and Gertler M(2000) “Monetary policy and asset price volatility” *NBER Working paper Series*
- [16] Bernanke, B, Gertler, M and Gilchrist, S (1996) “The financial accelerator and the Flight to Quality” *Review of Economics and Statistics*
- [17] Bernanke, B, Gertler, M and Gilchrist, S (1999) “The financial accelerator in a quantitative business cycle framework” *Handbook of macroeconomics*
- [18] Chib, Siddhartha, and Edward Greenberg (1995) ”Understanding the metropolis-hastings algorithm.” *The american statistician* 49.4
- [19] Crudia, V and M. Woodford(2009) ”Credit spreads and monetary policy” *Journal of Money, Credit and Banking*
- [20] D’Agostino, Antonello, Luca Gambetti, and Domenico Giannone (2013) ”Macroeconomic forecasting and structural change.” *Journal of Applied Econometrics* 28.1
- [21] De Jong, Piet, and Neil Shephard (1995) ”The simulation smoother for time series mod-

- els.” *Biometrika* 82.2
- [22] Gilchrist, Simon, and John V. leathy, “Monetary Policy and Asset Prices ” *journal of Monetary Economics*
 - [23] Korinek, A and Simsek, A (2015) “Liquidity Trap and Excessive Leverage”
 - [24] Lucas, Robert E (1976) ”Econometric policy evaluation: A critique.” *Carnegie-Rochester conference series on public policy. Vol. 1.*
 - [25] Mian, A and A. Sufi (2009) “The Consequences of Mortgage Credit Expansion: Evidence from the U.S. Mortgage Default Crisis,” *Quarterly Journal of Economics*
 - [26] Mian, A and A. Sufi (2011) “House Prices, Home Equity-Based Borrowing and the US Household Leverage Crisis” *American Economic Review*
 - [27] Mian, A , R, kamalesh and A. Sufi (2013) “Household Balance Sheets, Consumption, and The Economic Slump”
 - [28] Mian, A, and A. Sufi(2015) ”House of debt: How they (and you) caused the Great Recession, and how we can prevent it from happening again” *University of Chicago Press*
 - [29] Nakajima, Jouchi (2011) ”Time-varying parameter VAR model with stochastic volatility: An overview of methodology and empirical applications.” *An overview of methodology and empirical applications. No. 11-E-09*
 - [30] Nakajima, Jouchi, Munehisa Kasuya, and Toshiaki Watanabe (2011) ”Bayesian analysis of time-varying parameter vector autoregressive model for the Japanese economy and monetary policy.” *Journal of the Japanese and International Economies* 25.3
 - [31] Petris Giovanni, Sonia Petrone, and Patrizia Campagnoli(2009) ”Dynamic Linear Models with R..” *Springer New York*,
 - [32] Primiceri, Giorgio E (2005) ”Time varying structural vector autoregressions and monetary policy.” *The Review of Economic Studies* 72.3
 - [33] Shephard, Neil, and Michael K. Pitt (1997) ”Likelihood analysis of non-Gaussian measurement time series.” *Biometrika* 84.3
 - [34] Sims, Christopher A (1980) ”Macroeconomics and reality.” *Econometrica: Journal of the Econometric Society*
 - [35] Sims, Christopher A. ”Solving linear rational expectations models.” *Computational economics* 20.1 (2002): 1-20.
 - [36] Taylor, J (1993) ”Discretion versus policy rules in practice” *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 39, 195-214
 - [37] Taylor, J. (2008) ”Monetary Policy and the State of the Economy ” Testimony before the Committee on Financial Services U.S. House of Representatives
 - [38] Tierney, Luke (1994)”Markov chains for exploring posterior distributions.” *the Annals of Statistics*
 - [39] Watanabe, Toshiaki, and Yasuhiro Omori (2004) ”A multi-move sampler for estimating

non-Gaussian time series models: Comments on Shephard Pitt (1997)” *Biometrika*

- [40] Bureau of Economic Analysis <http://www.bea.gov/national/index.htm#gdp> (参照 : 2016-11-1)
- [41] Federal Housing Finance Agency <http://www.fhfa.gov/DataTools/Downloads/Pages/House-Price-Index.aspx> (参照 : 2016-11-1)
- [42] FRED <https://research.stlouisfed.org/> (参照 : 2016-11-1)
- [43] Federal Reserve Bank of New York <https://www.newyorkfed.org/microeconomics/data.html> (参照 : 2016-11-1)